BOLETÍN MATEMÁTICO

Instituto de Investigaciones de Matemática Aplicada

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

2 1

ABRIL 2013

REGISTRO DE LA PROPIEDAD INTELECTUAL ISSN 0329-0255

UM UNIVERSIDAD DE MORÓN

Instituto de Investigaciones de Matemática Aplicada

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

UM Universidad de Morón

BOLETÍN MATEMÁTICO

Año 13 - Nº 21 - Abril 2013
Registro de la Propiedad Intelectual: ISSN. 0329-0255

ÍNDICE

STAFF

Director
Dr. Jorge Emilio Salvel

Redacción
Profesores de la Universidad de Morón
y colaboradores especiales

Producido por la Oficina de Medios UM
Editor:
Lic. Alejandro Gavric

Diseño Gráfico:
DCV. Sandra Luján

Coordinación:
Lic. Marcela Golía

Impreso en los Talleres Gráficos UM

Año 13 Número 21 - Abril 2013
Registro de la Propiedad
Intelectual ISSN 0329-0255

Universidad de Morón
Cabildo 134 - (B1708JPD) Morón
(011) 5627-2000 (líneas rotativas)
Fax: 5627-2002
E-mail: webmaster@unimoron.edu.ar
Internet: www.unimoron.edu.ar

LOS CONTENIDOS DE TODOS LOS NÚMEROS DEL BOLETÍN ESTÁN INSTALADOS EN LA PÁGINA WEB DE LA UNIVERSIDAD DE MORÓN:

www.unimoron.edu.ar → Facultades → Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales → Publicaciones

Autoridades de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Decano
Dr. Jorge Raúl Lemos

Vicedecano
Dr. Miguel Gregorio Skubic

Secretario Académico
Dr. Carlos Alberto Martínez

Secretaria Adjunta
Dra. Amanda Raquel Llistosella

Director de Estudios y Coordinación
Dr. Vicente Filleti

Directora de Investigación y Enseñanza Experimental
Prof. Elvira Venturo

Consejeros del Honorable Consejo Académico de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
Prof. Norma Dangla
Dra. Norma Beatriz Irigoyen
Dr. Raúl Roque Orellano
Dr. Fernando Appesseche
Dr. Sergio Andrés Ghedin
Dr. Domingo José Mazza

Representante de Profesores ante el Honorable Consejo Superior
Dra. Alicia I. Montagut

Directores de Carrera:
Contador Público: Dr. Raúl Roque Orellano
Licenciatura en Administración: Dr. Miguel Gregorio Skubic
Licenciatura en Economía: Dr. Domingo José Mazza
Licenciatura en Comercialización:
Dr. Carlos Roberto Soriano
Licenciatura en Recursos Humanos/Analista Universitario en Recursos Humanos:
Lic. Luis Fabián García Nicora
Licenciatura en Relaciones Públicas/Analista Universitario en Relaciones Públicas:
Lic. Fernando Martín Pisauri
Licenciatura en Comercio Internacional: Lic. Germán Avelino Kraus

Directores de Institutos de Investigación:
- Investigaciones Contables: Dr. Isaac Aizik Senderovich
- Investigaciones Económicas: Dr. Vicente H. Monteverde
- Investigaciones Administrativas: Dra. Isabel Alicia Rey
- Investigaciones de Matemática Aplicada: Dr. Jorge E. Salvel
- Investigaciones Tributarias: Director: Dr. Alfredo Destuniano

- Metodología Jurídica Aplicada en las Ciencias Económicas:
Dr. Eduardo Mario Favier Dubois

● Investigaciones de la Pequeña y Mediana Empresa:
Dr. Horacio Armando Irigoyen
● Investigaciones de Humanidades y Ciencias Sociales Aplicadas a las Ciencias Económicas y Empresariales:
Prof. Elvira Venturo

Directores de Departamentos Pedagógicos:
● Administración: Dr. Jorge Eduardo Marcos
● Contabilidad: Dr. Sergio Daniel Arguissain
● Economía: Dr. Vicente Filleti
● Humanidades: Prof. Elvira Venturo
● Jurídico: Director: Dr. Eduardo Mario Favier Dubois
Subdirectora: Dra. Amanda Raquel Llistosella
● Matemática: Ing. Martín Oscar Adler
● Comercialización: Dr. Fernando Appesseche

Boletín Matemático de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
vol. 21, p. 7-16, **2013**

LOS NÚMEROS PRIMOS

Humberto Chiesa *

Esta categoría de los números enteros era ya conocida por los antiguos griegos, y son estudiados por los escolares. Muchas son las propiedades interesantes de los mismos que ya fueron demostradas pero muchas otras aun permanecen como conjeturas que esperan su confirmación o refutación. En esta breve reseña solo pretendemos enumerar someramente algunas de ellas.

Por definición un número entero *p* se dice que es primo (o primo absoluto), cuando y solo cuando, admite exactamente 4 divisores: *p* (o sea él mismo), -*p* (su opuesto), 1 (la unidad), -1 (el opuesto de 1). Por ejemplo 7 es un número primo, pues sus únicos divisores son: -1, 1, -7 y 7, pero 20 no lo es pues además admite como divisores: 2, -2, 4, -4, 5, -5, 10 y -10.

Propiedades

I) Todo número no primo, (excepto -1, 0 y 1), llamados números compuestos, es un producto de factores primos.

Demostración: supongamos que un número "*m*" no es primo, entonces admite divisores distintos de $\pm m$ y de ± 1, sea *a* el menor de los divisores positivos. Este número *a* es primo, pues si admitiera un divisor *d* distinto de 1 y de *a* (por tanto, menor que *a*), tendrá *m* también este divisor *d* < *a* lo que es contrario a la hipótesis (se supuso que *a* era el menor divisor). Por tanto podemos expresar *m* =*am´*, siendo *a* primo. Si *m´* no es primo, admite por igual motivo un divisor primo *b* y será *m´=bm´´* o sea *m=am´=abm´´* y así sucesivamente. Como los números naturales *m, m´, m´´* etc. van disminuyendo y los mismos son todos distintos de cero, esta descomposición no puede seguir indefinidamente, por tanto se llegará a un cociente que es un número primo. Resulta, pues: *m=abcd…f.* Siendo *a, b, c, d,…,f* números primos, varios de los cuales pueden ser iguales. Por esto la expresión más general de un número compuesto positivo es:

$$m=a^{\alpha}\, b^{\beta}\, c^{\delta} \ldots l^{\lambda}$$

Los números *a, b, c,…,l* son primos y $\alpha, \beta, \delta, \ldots, \lambda$ son números naturales cualesquiera. Esta es la razón por la cual a estos números no primos se los llama compuestos. Los matemáticos no consideran a -1,0 y 1 como primos

***** Ingeniero Agrimensor. Docente de Matemática en las universidades de Morón y de Lujan.

ya que no admiten exactamente cuatro divisores. [i]

Así podemos escribir: $20=2^2.5$, ó $17640=2^3.3^2.5.7^2$. En cambio resulta imposible descomponer, por ejemplo, 19, 31 ó 997 que son números primos.

Trazando un paralelismo con la química, pensando en átomos (H, He, C, N, O, F, S,…) y moléculas (H_2O, H_2S0_4,…) compuestas por átomos. Los números primos son algo así como los átomos de la multiplicación que permiten construir todos los demás números enteros.

II) La descomposición de un número en factores primos es única: si *abc…f* = *a´b´c´…h´* son dos descomposiciones del número en factores primos (donde los números *a, b, c,…,f, a´, b´, c´,…,h´* son primos) los factores del 2° miembro son los mismos del primero, salvo el orden.

Demostración: como *a* es un divisor del número *a´b´c´…h´* divide a uno de sus factores y como estos son primos es igual a uno de ellos; ordenando estos convenientemente, podemos suponer sea el primero, es decir *a=a´* por lo que si dividimos ambos miembros de la supuesta igualdad, resulta:

$$\frac{abc...f}{a} = \frac{a'b'c'...h'}{a} \Leftrightarrow b \ ...f = b'c'...h'$$

Por el mismo razonamiento, *b* es igual a un factor del segundo miembro, por ejemplo *b=b´*; diviendo entonces por ellos obtenemos *cd…f = c´d´…h´* y así siguiendo resulta que el número de factores de los dos productos es el mismo, y que estos factores son los mismos en ambos.

Las dos propiedades anteriores I y II pueden resumirse en el así llamado **teorema fundamental de la aritmética**: todo entero distinto de 0 y de ± 1 puede expresarse como producto de ± 1 (uno de los dos) por factores primos positivos, siendo esta descomposición única salvo el orden en que se consideran los factores.

La forma de realizar esta descomposición es ir probando con primos positivos sucesivos: 2, 3, 5, 7…hasta encontrar algún divisor. Como ejemplo vamos a descomponer en factores primos al número -26340. Consideremos primero 26340:

26340	2
13170	2
6585	3
2195	5
439	439
1	

El número 439 es primo, porque diviendolo por 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 obtenemos un resto distinto de 0. Es inútil seguir probando con primos más altos, basta llegar a un primo cuyo cuadrado supere el número dado y $23^2=529>439$. Luego $26340=2^2.3.5.439$ y por lo tanto $-26340= (-1)2^2.3.5.439$.

¿Cuántos números primos hay?

Habíamos mencionado antes que los números primos son “los átomos de la multiplicación”, sin embargo la cantidad de átomos de elementos diferentes es limitada pero la cantidad de números primos es infinita. Esta cuestión ya era conocida en la antigüedad, pues en el siglo III (a.C.) el matemático griego ***Euclides***[ii] demostró que existía una infinidad de números primos. Su demostración se considera como uno de los primeros razonamientos matemáticos efectuados por el método de “reducción al absurdo”, recordando que hay dos formas de demostrar una proposición del tipo $H \Rightarrow T$ “por absurdo”. La primera, demostrando la implicación contrarrecíproca $noT \Rightarrow noH$ que es equivalente, o sea tiene el mismo grado de verdad que la directa, $H \Rightarrow T$.

Euclides es, sin lugar a dudas, el matemático más famoso de la antigüedad.

La segunda, mostrando que la negación de la tesis lleva a una contradicción con algún axioma, algún principio lógico o con algo establecido anteriormente.

La sucesión de los números primos es infinita

Para demostrar que no existe un número primo que sea mayor que todos los otros, supongamos lo contrario (tal como hizo Euclides), es decir que sí existe un número primo *p* que es mayor que todos los otros. Formemos ahora el producto de todos los números primos desde 2 hasta *p* y luego incrementándolo en 1, obtenemos el número ***M*= (2.3.5.7…*p*)+1.**

Resulta evidente a partir de esta definición que *M* > *P*. Ahora bien este número entero *M*, que no es 0 ni ± 1, solo puede ser primo o compuesto. Sí *M* es primo queda demostrado el teorema, pues se llega a una contradicción, ya que *p* no es el mayor primo al existir *M* > *P*. Si *M* es compuesto, entonces admitirá un divisor primo, el cual no puede ser ninguno de los números 2, 3, 5, 7…*p* puesto que *M* dividido por cualquiera de ellos da como resto 1, (véase como se definió a *M*). En ambos casos se obtuvo un número primo mayor que *p* lo que contradice la hipótesis, en consecuencia, existe un número infinito de números primos.

Como obtener los números primos

El método llamado **criba de Eratóstenes** permite formar una tabla de los números primos inferiores a un cierto límite. El mismo consiste en escribir la sucesión de los números naturales hasta el límite prefijado. Como todos los números pares mayores que 2 son divisibles por 2 y por lo tanto no son primos, se procede a tacharlos de la misma. Luego partiendo del número $3^2 = 9$ se tachan los números de tres en tres lugares (nótese que los múltiplos de 2 como el 12 o el 18 ya fueron tachados). El primero que hasta ahora quedo sin tachar es el 5, y a partir de su cuadrado, 25, se tachan de 5 en 5 lugares (25, 35, 45, etc. y los números terminados en cero ya fueron tachados por ser múltiplos de 2). Así se sigue hasta llegar al máximo número sin tachar cuyo cuadrado no excede el límite superior de la tabla. Si por ejemplo este límite es 100, basta hacer las supresiones correspondientes a los números 3, 5 y 7 puesto que $11^2=121>100$. Los números restantes son todos los números primos menores que 100.

CRIBA DE ERATÓSTENES:

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	49	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

Eratóstenes nació en *Cyrene* (ahora Libia), en el norte de Africa. Vivió entre los años 275 y 195 antes de Cristo.

Dado un número *n* para averiguar si es primo o no, sin necesidad de escribir los anteriores, podemos proceder del siguiente modo: primero recordar que la condición necesaria, pero no suficiente, para que un número de dos o más cifras sea primo es que su última cifra sea 1, 3, 7 ó 9. (En caso contrario queda descartado que sea primo). Entonces probamos dividiéndolo por 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 etc. (primos positivos sucesivos). Si se llega así hasta un divisor primo p cuyo cuadrado, p^2, es mayor que n sin obtener una división exacta dicho número que hubiera quedado en la tabla anterior sin tachar es primo. Por ejemplo el número 463 es primo, porque dividiéndolo por

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, obtenemos un resto distinto de cero y además $23^2>463$.

Algunas curiosidades acerca de los números primos

Desiertos de primos

Si damos un vistazo a la lista de los números naturales del 1 al 1000, vemos de inmediato que la distribución de los números primos en el conjunto de los números naturales es muy irregular (el matemático francés ***Emile Borel***[iii] afirmó: "Los números primos están sembrados en el campo de los naturales como si solamente el azar los hubiera puesto ahí"). Notaremos también que los números primos están separados por series más o menos largas de números compuestos consecutivos, tales como 8, 9, 10 ó 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96.

Podríamos preguntarnos cual puede ser la longitud de estas series de números compuestos en las que no aparece ningún primo. ¿Será posible, por ejemplo, que hallemos 20, 100 ó 1000 números compuestos consecutivos sin que entre ellos haya ningún primo? La respuesta es sí, pues existen series de compuestos consecutivos tan largas como queramos.

Demostración: $n!$ es el producto de todos los números naturales de 1 a n inclusive, $n!=1.2.3\ldots n.$

Ahora la sucesión de naturales $n!+2$, $n!+3$, $n!+4,\ldots,n!+n$ está formada por $(n-1)$ números consecutivos que son compuestos, pues 1°) $n!$ es múltiplo del número n y de todos los números menores que n y 2°) si los números son múltiplos de k ($k \in$ *a los enteros)*, entonces su suma también por lo tanto $n!+2$ es divisible por 2, $n!+3$ es divisible por 3, $n!+4$ es divisible por 4 y el último $n!+n$ es divisible por n. O sea ninguno de los números de esta sucesión es primo, son todos compuestos.

En esta serie aparece un desierto de longitud, como mínimo igual a n-1 sin números primos. **Ejemplo:** si queremos hallar una serie de 8 números consecutivos no primos bastará calcular 9! y escribir 9!+2, 9!+3, 9!+4, 9!+5, 9!+6, 9!+7, 9!+8, 9!+9[iv]

En contrapartida se puede demostrar que si es $a > 3$ entre a y $2a - 2$ hay por lo menos un número primo.

Tabla de los números primos que se encuentran entre 1 y 1000

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43
47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	101	103	107
109	113	127	131	137	139	149	151	157	163	167	173	179	181
191	193	197	199	211	223	227	229	233	239	241	251	257	263
269	271	277	281	283	293	307	311	313	317	331	337	347	349
353	359	367	373	379	383	389	397	401	409	419	421	431	433
439	443	449	457	461	463	467	479	487	491	499	503	509	521
523	541	547	557	563	569	571	577	587	593	599	601	607	613
617	619	631	641	643	647	653	659	661	673	677	683	691	701
709	719	727	733	739	743	751	757	761	769	773	787	797	809
811	821	823	827	829	839	853	857	859	863	877	881	883	887
907	911	919	929	937	941	947	953	967	971	977	983	991	997

Primos gemelos

Otra categoría curiosa de los primos es la de los primos gemelos que son aquellos que difieren en dos unidades, por ejemplo, 3 y 5, 29 y 31. Sin embargo los hay mucho mayores como 1.000.000.009.649 y 1.000.000.009.651[v]. Se ignora si el número de primos gemelos es infinito o no.

Teorema de los números primos

Después de estudiar las tablas de los números primos y las de los logaritmos ***Gauss***[vi] y ***Legendre***[vii]**,** en forma independiente, propusieron que la cantidad de números primos positivos hasta un número *n* es, aproximadamente, $\frac{n}{\ln n}$ cuando *n* es grande. Si a la cantidad de primos menores, o iguales a un número *n*, se les representa con π (*n*), por ejemplo, π (20)=8, porque hay 8 primos menores que 20. La conjetura para ser más exactos es:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\pi(n)}{\dfrac{n}{\ln n}}=1$$

En otras palabras si $n \to \infty$ el número de primos menores o iguales que *n* es asintótico a: $\frac{n}{\ln n}$

Esta conjetura acerca de los números primos fue demostrada por ***Jacques Hadamard***[viii] y ***Charles de La Valleé Poussin***[ix], cada uno por separado, en 1896 elevándola a la categoría de teorema.

En la siguiente tabla podemos ver que a medida que *n* aumenta, $\frac{\pi(n)}{n/\ln n}$ **tiende a 1.**

n	π (n)	$n/\ln n$	$\frac{\pi(n)}{n/\ln n}$
10^1	4	4,343	0,921
10^2	25	21,715	1,151
10^3	168	144,765	1,161
10^4	1229	1085,736	1,132
10^5	9592	8685,890	1,104
10^6	78498	72385,414	1,084
10^7	664579	620420,690	1,071
10^8	5761455	5428681,024	1,061
10^9	50847534	48254942,430	1,054
10^{10}	455052511	434294481,900	1,048

Conjetura de Goldbach

Es una de las tantas proposiciones en la teoría de los números primos cuya verdad pareciera estar fuera de duda, y que, sin embargo, a pesar de su sencillez aparente no se ha logrado todavía demostrar.

El 7 de junio de 1742 (es decir, hace más de 270 años) ***Christian Goldbach***[x] le escribió una carta a ***Leonhard Euler***[xi] acerca de si contaba con una demostración para la siguiente afirmación: "*Todo número par positivo, mayor que dos, es una suma de dos números primos*". Por ejemplo: 4=2+2; 6=3+3; 8=5+3; 10=7+3; 12=5+7; 14=7+7; 16=3+13= 5+11; 18=5+13=7+11; 20=3+17; 22=19+3 etc.

Hasta agosto de 2005, se sabía que la conjetura era cierta para todos los números pares menores que 4.10^{13}.

La novela *Tío Petros y la conjetura de Goldbach* del escritor australiano *Apostolos Doxiadis* publicada en 1992, hizo conocer fuera del mundo matemático a la misma y el éxito editorial promovió que las casas editoras Faber y Faber de Gran Bretaña y Bloomsbury Publishing de Estados Unidos ofrecieran un premio de u$s1.000.000 a quien fuera capaz de probar o refutar la afirmación de ***Goldbach***. Por lo que sabemos nadie reclamó aún la oferta de los editores por lo que si alguien quiere hacerse millonario…

"Pequeño teorema de Fermat": en 1640 ***Pierre de Fermat*** [xii] estableció sin demostración, este teorema posteriormente demostrado por ***Leibniz***[xiii] **y *Euler***. "Si *p* es primo y *a* es algún número natural diferente de 1 entonces a^p-*a* es divisible por *p*.

Números primos de Mersenne: el monje francés ***Marin Mersenne***[xiv] investigó los números primos de la forma $M_P=2^P-1$ con *p* primo. En su honor se los conoce como primos de Mersenne, los mayores números primos conocidos, se obtienen generalmente de esta forma. Existe un test de primalidad muy eficaz (*el test de **Lucas- Lelmer***) para determinar si un número obtenido con la fórmula de Mersenne es primo o no. El descubrimiento del (cronológicamente hablando) 45° número primo de Mersenne se anunció el 23 de Agosto de 2008 siendo este $M_{43.112.609}=2^{43.112.609}-1$; tiene 12.978.189 cifras en el sistema decimal y es el mayor número primo que se conoce.

Está visto que el fascinante mundo de los números primos encierra aún muchos secretos y muchos problemas sin resolver a la espera de que algún genio inspirado pueda por fin dilucidarlos. Como por ejemplo, responder a la pregunta, "¿Con la fórmula de Mersenne, se podrá obtener una cantidad infinita de números primos?"

Agradecimientos

Deseo expresar mi agradecimiento al Dr. Jorge Salvel y a la Profesora Silvia Parra quienes generosamente tuvieron la amabilidad de revisar y diagramar el manuscrito original.

Bibliografía

Elementos de Análisis Algebraico por Julio Rey Pastor 4°edición Bs. As.1953.
Matemática…¿Estás ahí? por Adrián Paenza 1°ed. Bs. As. 2006.
Elementos de Matemática por Alfredo F. Novelli 3°ed. Bs. As. 2004.
Cálculo multivariable por James Stewart- México 2000.

Enlaces

http://es.wikipedia.org/wiki
http://pinae.wordpress.com/2009/05/19/criba-de-eratostenes/
http://esperandoelterremoto.wordpress.com/2010/06/11/numeros-primos-parte-i/
http://www.biografiasyvidas.com/biografia/g/gauss.htm
http://www.biografiasyvidas.com/biografia/l/legendre.htm
http://es.wikipedia.org/wiki/Jacques_Hadamard
http://es.wikipedia.org/wiki/Christian_Goldbach
http://sauce.pntic.mec.es/~rmarti9/euler1.html
http://www.sangakoo.com/blog/fermat/

NOTAS:

i Primalidad del 1, hasta el siglo XIX los matemáticos en su mayoría lo consideraban primo, aunque actualmente se inclinan por no considerar a 1 en la lista de los números primos. Esta convención, por ejemplo, permite una formulación muy económica del teorema fundamental de la aritmética: “todo número natural tiene una representación única como producto de factores primos, salvo el orden”.

ii Matemático griego quien impartió sus enseñanzas en Alejandría (siglo III. a.C.), su obra fundamental es un célebre tratado en trece volúmenes titulado Elementos, uno de los libros de ciencia más traducidos y editados de la historia.

iii (1871-1956) Matemático francés, fue uno de los pioneros de la teoría de la medida y sus aplicaciones a la teoría de la probabilidad. Además publicó investigaciones sobre la teoría de los juegos y en 1913 tendió un puente entre la geometría hiperbólica y la relatividad especial.

iv De todas formas, el menor número primo que dista del siguiente es generalmente mucho menor que el factorial, por ejemplo, el caso más pequeño de dos primos consecutivos separados de 5 unidades es 24, 25, 26, 27 y 28, mientras que 6!+2=722 y los cinco consecutivos no primos obtenidos de esta forma son: 722, 723, 724, 725 y 726.

v i più grandi n. primi gemelli conosciuti 1.000.000.009.649 e **1.000.000.009.651**) http://www.treccani.it/enciclopedia/numero/

vi (Brunswick, actual Alemania, 1777 - Gotinga, id., 1855) Matemático, físico y astrónomo alemán. Nacido en el seno de una familia humilde, desde muy temprana edad, dio muestras de una prodigiosa capacidad para las matemáticas. Un científico cuya profundidad de análisis, amplitud de intereses y rigor de tratamiento le merecieron en vida el apelativo de «príncipe de los matemáticos».

vii (París, 1752-Auteuil, Francia, 1833) Matemático francés. Tras completar sus estudios en el Collège Mazarin, entró a trabajar en la Escuela Militar, para la que completó un estudio sobre la trayectoria de los proyectiles que le supuso el Premio de la Academia de Berlín en 1782.

viii (Versalles, Francia, 8 de diciembre de 1865 - París, 17 de octubre de1963) fue un matemático francés, que trabajó en las universidades de Burdeos y en la Sorbona de París. Trató diversos temas de física matemática. También Colaboró en el establecimiento de las bases del análisis infinitesimal y desarrolló el teorema sobre el valor absoluto de un determinante.

ix (1866-1962) Fue un matemático belga. Es conocido por haber demostrado (a la vez y de modo independiente con el francés Hadamard) el teorema de los números primos, utilizando para ello los métodos del análisis complejo.

x (1690 - 1764), fue un matemático prusiano, nacido en Königsberg, Prusia (hoy Kaliningrado, Rusia), hijo de un pastor. Estudió leyes y matemáticas.

xi Nació el 15 de abril de 1707 en Basilea (Suiza) y murió en San Petersburgo. Matemático suizo, uno de los más grandes de todos los tiempos. Trabajó todas las ramas conocidas en su época y a todas aportó algo.

xii Fue un abogado que se dedicaba a las Matemáticas en sus ratos de ocio, pero con un talento tan prodigioso que la historia le otorgó el título de “príncipe de los aficionados”.

xiii (Leipzig, actual Alemania, 1646-Hannover, id., 1716) Filósofo y matemático alemán. Su padre, profesor de filosofía moral en la Universidad de Leipzig, falleció cuando Leibniz contaba seis años. Capaz de escribir poemas en latín a los ocho años, a los doce empezó a interesarse por la lógica aristotélica a través del estudio de la filosofía escolástica.

xiv (1588-1648) Fue un filósofo francés del siglo XVII que estudió diversos campos de la teología, matemáticas y la teoría musical. Es hoy recordado principalmente gracias a los números primos que llevan su nombre.

Boletín Matemático de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
vol. 21, p. 17-27, **2013**

VALUACIÓN DE OPCIONES FINACIERAS. El modelo Binomial de Valuación

Osvaldo L. Perillo *

Introducción

Una opción financiera es un instrumento que da al comprador el derecho a adquirir otro activo, llamado subyacente, en una fecha o período prefijado, a un precio, llamado de ejercicio, a cambio de un precio o prima.

Pueden utilizarse como subyacentes distintos activos, pero nos ocuparemos de las acciones de empresas. En la Bolsa de Comercio de Buenos Aires se pueden comprar opciones de compra (Call) que dan el derecho a comprar, u opciones de venta (Put) que dan el derecho a vender acciones. El comprador o tomador no tiene la obligación de ejercer la opción. El compromiso es del librador o vendedor, cuyo beneficio es cobrar la prima, que es pagada al inicio de la operación.

Los compradores de call apuestan a que el precio va a subir, en cuyo caso comprarían al precio prefijado y venderían más caro en el momento de ejercer. Si se equivocan y el precio resulta igual o menor al de ejercicio, pierden la prima porque no les conviene comprar a un precio menor que el de mercado. En este caso la pérdida es del 100 %.

El put es una operación similar pero los compradores tienen mayores ganancias cuando los precios bajan.
En los casos en que el ejercicio sólo puede realizarse al vencimiento se dice que la opción es europea y cuando puede ser en cualquier fecha anterior al final se dice que la opción es americana. Nuestro análisis será sobre opciones europeas.

La valuación de precio de las opciones o primas, que es el tema que nos ocupa, puede hacerse de distintas formas. Históricamente la primera metodología fue diseñada por Fisher Black y Miron Scholes en un trabajo de 1973, "The pricing of Options and Corporate Liabilities". El modelo, conocido como de Black-Scholes (B-S), calcula el precio de las opciones utilizando para ello la distribución normal de los posibles resultados que se pueden obtener ante diferentes precios del subyacente.

* Licenciado en Economía.

Estudios de Cox,Ross y Rubinstein, en 1979, crearon un método de Valuación Binomial, que resulta más comprensible y cuando se lo utiliza con muchas ramas de un árbol binomial (más de 30) se obtiene el mismo resultado que con B-S.

Elementos a considerar

En el precio de una opción intervienen distintos factores: el precio del activo subyacente al inicio de la operación, el precio de ejercicio, el tiempo de la opción, la tasa de interés libre de riesgo y la volatilidad de los rendimientos del activo subyacente.

Supuestos del Modelo

El principal supuesto financiero de estos modelos es la neutralidad al riesgo, esto es, que no consideran el riesgo relativo de los instrumentos. Esto implica que el valor esperado del rendimiento de las acciones, activo subyacente, es igual a la tasa de interés libre de riesgo.

Entre los supuestos matemáticos debemos considerar que la evolución del precio de las acciones responden a un proceso de Markow, esto es, que son procesos estocásticos donde el valor presente del activo es la única variable relevante para predecir su comportamiento futuro. Dentro de los procesos markovianos, suponemos que se corresponde a los procesos de Wiener, que describen el movimiento de partículas que son sujetos de un largo número de shocks moleculares. Se utiliza en acciones por analogía. Este caso especial recibe el nombre de procesos brownianos. Algunos autores describen el comportamiento de la variabilidad del rendimiento de las acciones comparándola con el comportamiento de un derrame de fluidos. Estos supuestos nos permiten llegar a la conclusión de que la varianza del rendimiento de una acción es proporcional al tiempo de análisis y que su desvío estándar es proporcional a la raíz cuadrada de la variación proporcional del tiempo.

Otro supuesto importante es que el comportamiento del rendimiento de las acciones es lognormal, lo que significa un comportamiento normal de los logaritmos naturales de las variables.

Modelo Binomial

Teniendo en cuenta los supuestos anteriores, trataremos de explicar de la forma más sencilla posible, y con ejemplos, este modelo de valuación.

Dado que la varianza es $\sigma^2 \Delta t$, el $\sigma^2 \Delta t$, el desvío estándar es igual a $\sigma\sqrt{\Delta t}\,\sigma\sqrt{\Delta t}$. El coeficiente de variación ante un alza del precio de una acción (u), en un momento pequeño de tiempo (Δt Δt), considerando el comportamiento logarítmico será igual a $e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}\,e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$. El coeficiente de variación cuando estimamos una baja, es igual a la inversa de u (d= 1/u).

La esperanza matemática del rendimiento de la acción (a) la podemos explicar teniendo en cuenta la variación en el tiempo y la tasa libre de riesgo (r).

Si suponemos que la probabilidad de alza la designamos como p y complementariamente la probabilidad de baja la llamamos q, igual a 1-p, podemos concluir que la esperanza matemática será igual al valor al alza (u) multiplicado por su probabilidad (p) más el valor a la baja (d) multiplicado por su probabilidad (q). Surgen las siguientes ecuaciones:

p u + (1-p) d = a , si distribuimos
p u + d – pd = a , si agrupamos
p (u-d) = a – d , de lo que puede calcularse la probabilidad de alza de precio.

$p = \frac{a-d\,a-d}{u-d\,u-d}$, y a la baja

q= 1-p

Del párrafo precedente surgen las siguientes fórmulas:

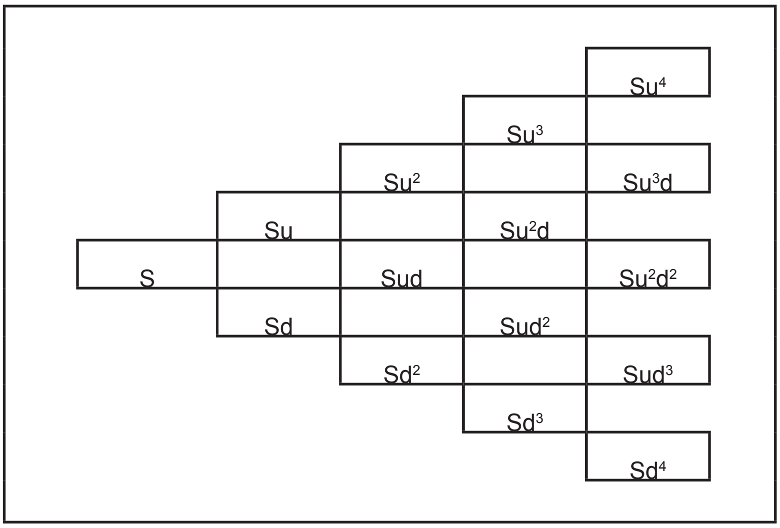
$a = e^{r\Delta t}\, e^{r\Delta t}$

$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}\, e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$

$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}\, e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} = 1/u$

Podemos empezar con el modelo propiamente dicho.

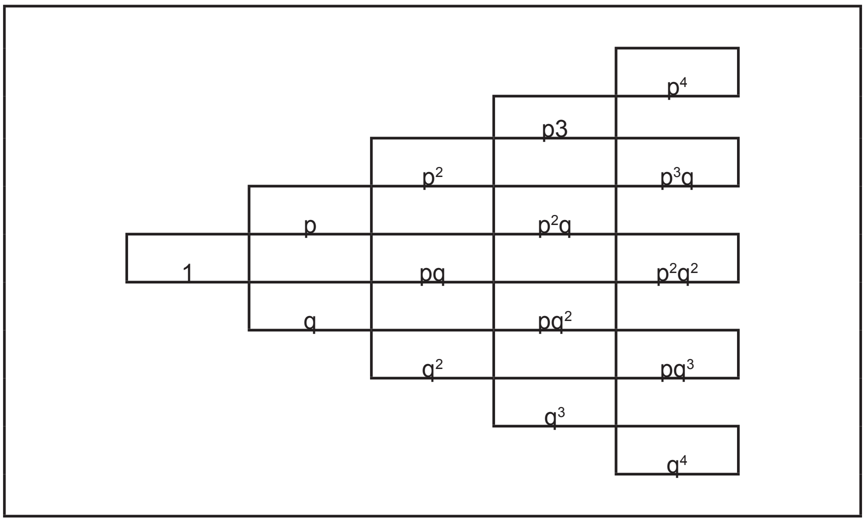
La evolución del precio del activo, S, a lo largo del tiempo, considerando cada tramo como una fracción de tiempo, Δt, la podemos ver teniendo en cuenta que, en cada nodo puede subir o bajar, respetando su volatilidad y las probabilidades relacionadas.



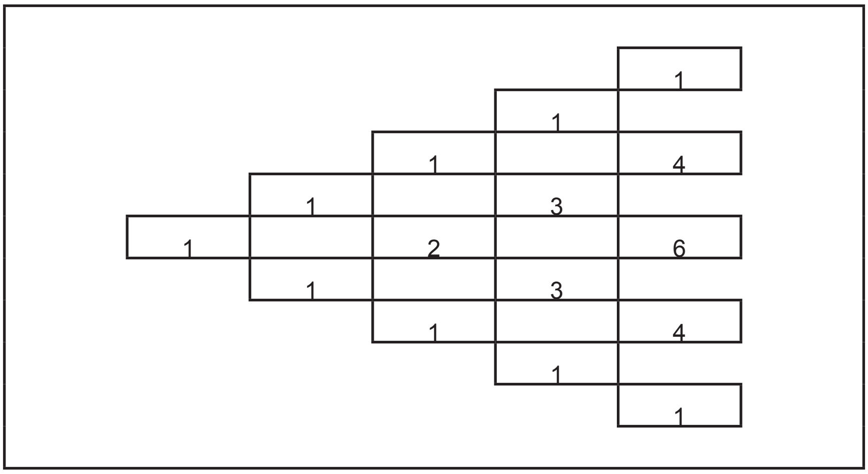
Esto significa que el precio de hoy, S, en el caso de una suba en el primer período se convertirá en Su, es decir, el precio por el coeficiente de crecimiento. Si baja será igual a Sd, esto es, el precio multiplicado por el coeficiente de descenso. Y así sucesivamente para los períodos posteriores.

Las probabilidades de alcanzar cada nodo lo podemos ver en el cuadro siguiente. Debemos tener en cuenta que la probabilidad de alza o baja son menores a uno, con lo cual a medida que los multiplicamos la probabilidad de cada rama del árbol va a ser cada vez menor. No obstante, las ramas menores tienen distintos caminos por los que podemos llegar, por lo que hay que multiplicar la probabilidad individual por la cantidad de caminos posibles. La cantidad de caminos la podemos calcular usando el triángulo de Tartaglia.

Cuadro de Probabilidades.



Triángulo de Tartaglia.



El procedimiento para calcular el precio de una opción es desarrollar la evolución de los precios, calcular el resultado económico de los distintos precios finales y seguidamente volver hacia atrás en el árbol teniendo en cuenta las probabilidades de ocurrencia y efectuando en cada paso el descuento por la tasa de interés, hasta llegar al día de inicio de la operación, cuando se paga la prima. El valor obtenido es el precio de la opción.

La estructura del cálculo podría mostrarse en el siguiente cuadro:

				Ru^4
			$(Ru^4*p+Ru^3d*q)/a$	
		$(Ru^3*p+Ru^2d*q)/a$		Ru^3d
	$(Ru^2*p+Rud*q)/a$		$(Ru^3d*p+Ru^2d^2*q)/a$	
$(Ru*p+Rd*q)/a$		$(Ru^2d*p+Rud^2*q)/a$		Ru^2d^2
	$(Rud*p+Rd^2*q)/a$		$(Ru^2d^2*p+Rud^3*q)/a$	
		$(Rud^2*p+Rd^3*q)/a$		Rud^3
			$(Rud^3*p+Rd^4*q)/a$	
				Rd^4

Ejemplo Numérico Clarificador (…Espero)

Inicialmente describiremos la situación genérica para luego aplicarla en dos ejemplos, la valuación de un call y la de un put. Se trata de una acción que tiene una volatilidad anual del 25 %, la tasa de interés es del 5 % y vamos a calcular opciones que vencen dentro de 2 meses, fraccionándolo en 4 períodos de medio mes. Precio original (Spot) = $ 100.

Período de tiempo de cada fracción, Δt Δt = 1/24 = 0,041666667 = 365/24 = 15,21 días.

a = $\mathbf{e}^{r\Delta t}$ $\mathbf{e}^{r\Delta t}$ = $\mathbf{e}^{0.05*0.0416666}$ $\mathbf{e}^{0.05*0.0416666}$ = 1,00208550

u = $\mathbf{e}^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$ $\mathbf{e}^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$ = $\mathbf{e}^{0.25\sqrt{0,041666}}$ $\mathbf{e}^{0.25\sqrt{0,041666}}$ = 1,05235555

d = $\mathbf{e}^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$ $\mathbf{e}^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$ = $\mathbf{e}^{-0.25\sqrt{0,041666}}$ $\mathbf{e}^{-0.25\sqrt{0,041666}}$ =1/1,05235555 = 0,95024918

p = $\dfrac{a-d}{u-d}\dfrac{a-d}{u-d}$ = $\dfrac{1,00208550 - 0,95024918}{1,05235555 - 0,95024918}\dfrac{1,00208550 - 0,95024918}{1,05235555 - 0,95024918}$ = 0,50766983

q = 1 – p = 1 - 0,50766983 = 0,49233017

Con todos estos datos podemos calcular la evolución posible del los precios a lo largo de dos meses divididos en cuatro períodos de 15,21 días.

				122.65
			116.54	
		110.75		110.75
	105.24		105.24	
100.00		100.00		100.00
	95.02		95.02	
		90.30		90.30
			85.80	
				81.54

Probabilidades.

						Porcentaje
				0.0664	1	6.64%
			0.1308			
		0.2577		0.0644	4	25.77%
	0.5077		0.1269			
1.0000		0.2499		0.0625	6	37.48%
	0.4923		0.1231			
		0.2424		0.0606	4	24.23%
			0.1193			
				0.0588	1	5.88%
						100.00%

Es decir que si en cada etapa sube alcanzará un valor de $122,65, si siempre baja terminará a los dos meses costando $ 81,54, o tomará un valor intermedio, según el cuadro. Las probabilidades, pueden verse con un comportamiento normal con valores centrales con más probabilidad y valores menores en los extremos, con su sesgo propio de la distribución lognormal.

Ejemplos específicos de Valuación

1) **Call con precio de ejercicio $ 90**

					Fórmula
				32.65	122.95-90
			26.73		
		21.12		20.75	110.75-90
	15.80		15.42		
11.24		10.37		10.00	100-90
	6.59		5.21		
		2.71		0.30	90.3-90
			0.15		
				0.00	

Dados los resultados anteriores el cuadro muestra en la última columna como se obtiene el resultado económico de cada precio. Por ejemplo en el primer renglón ante un precio de venta de $ 122,95 y la compra, ejerciendo la opción, a $ 90 se obtiene una ganancia de $ 32.65, y así con los demás precios. Haciendo el cálculo (32,65*0,5076698 3+20,75*0,49233017)/1,00208550 se llega a $26,73, en el nodo anterior, y de la misma forma a los otros valores hasta llegar al tronco principal de esta estructura arbolar. **El precio el call es $ 11.24.**

También se puede llegar por otro camino, sumando los productos de multiplicar cada resultado económico posible por su probabilidad de ocurrencia. Eso nos dará el valor de la prima al final del período, por lo que debemos descontarla por la tasa de interés para llegar al precio en el origen.

Como vemos en el cuadro más abajo el resultado es el mismo.

Probabilidad	**Resultado**	**Prob*Res.**
6.64%	32.65	2.17
25.77%	20.75	5.35
37.48%	10.00	3.75
24.23%	0.30	0.07
5.88%	0.00	0.00
Suma		11.33
Descuento		0.9917
Prima		**11.24**

2) Put con precio de ejercicio $ 110.

					Fórmula
				0.00	
			0.00		
		2.41		0.00	
	6.01		4.91		
10.11		9.73		10.00	110-100
	14.39		14.75		
		19.25		19.70	110-90.30
			23.97		
				28.46	110-81.54

El procedimiento es similar, con la diferencia que se gana cuando los precios son bajos.

El precio de este put es de **$10,11**, y podemos comprobarlo por el otro método, según el siguiente cuadro.

Probabilidad	**Resultado**	**Prob*Res.**
6.64%	-	-
25.77%	-	-
37.48%	10.00	3.75
24.23%	19.70	4.77
5.88%	28.46	1.67
Suma		10.20
Descuento		0.9917
Prima		**10.11**

Conclusiones

Si bien este modelo no da los precios con la misma exactitud que el de Black Scholes, a menos que hagamos una gran subdivisión del período, es una aproximación teórica muy importante porque nos permite interpretar qué representa el precio teórico de las opciones.

Bibliografía

Options, Future and other Derivative Securities. John Hull. Second Edition, Prentice Hall. 1993.

Opciones Financieras- Productos Estructurados. Prosper Lamothe Fernández-Miguel Pérez Somalo. Tercera Edición. McGraw Hill, 2006.

Introducción a los Mercados de Futuros y Opciones. John Hull. Prentice Hall, Cuarta Edición. 2002.

Futures, Options & Swaps. Robert Kolb. Blackwell Business. Second Edition, 1997.

Boletín Matemático de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
vol. 21, p. 29-52, **2013**

EL TIPO DE CAMBIO DE ARGENTINA DURANTE EL PERÍODO DE LA POST-CONVERTIBILIDAD

VAR Estructural - Identificación según Blanchard y Quah

Sebastián Ferrari *

A la memoria del Ingeniero y Licenciado Enrique H. Ventura, quien ha colaborado activamente en la realización de este trabajo, pero lo más importante, ha servido de guía tanto en la corta carrera que llevo como economista, así como en la vida. Adiós Profesor ...

Introducción

El trabajo consiste en utilizar la metodología de Blanchard y Quah para identificar los shocks nominales y reales que afectan al tipo de cambio durante un período. Se utilizan con este propósito las series de tipo de cambio nominal y tipo de cambio real. Esta metodología está aplicada con el mismo objetivo en el paper de Enders y Lee “Accounting for real and nominal exchange rate movements in the post-Bretton Woods period” de 1997.

En la primera parte de este trabajo se reproducen los resultados de Enders y Lee para el caso de Canadá en el período Post-Bretton Woods, con datos mensuales, verificando los resultados con los obtenidos por los autores. Se trabaja con datos de los tipos de cambio y los índices de precios para el período analizado. Esta primera parte tiene como objetivo ensayar la metodología que luego se utilizará con los datos locales.

En la segunda parte se realiza la identificación de los shocks nominales y reales que afectaron al tipo de cambio argentino durante el período de la post-convertibilidad (2003 – 2011), utilizando nuevamente la metodología de descomposición de shocks de Blanchard y Quah.

El anexo uno trata sobre el gran problema que acecha a la economía Argentina en la post-convertibilidad; la

***** Licenciado en Economía.

fuerte presión inflacionaria. Se analiza como el aumento persistente en el nivel de precios en la mayor parte del período de la post-convertibilidad afectó al tipo de cambio real y así a la competitividad de los bienes nacionales.

Por último, en el anexo dos, emulando al trabajo de Fabris (2010), se explica en el lenguaje del software EViews la descomposición de shocks a través de la metodología de Blanchard y Quah para el tipo de cambio de Argentina.

Primera Parte: el caso de Canadá en el período Post-Bretton Woods

Se utiliza la metodología de Blanchard y Quah con el objetivo de descomponer los movimientos del tipo de cambio nominal y real.

Se descomponen los movimientos en dos clases: shocks reales y shocks nominales.

Primeramente se define al tipo de cambio real como:

$$r_t = e_t + p_t^* - p_t$$

Donde e_t es el logaritmo del tipo de cambio nominal, p^*_t es el logaritmo del índice de precios de Estados Unidos, y p_t es el logaritmo del índice de precios local.

La misma fórmula se presenta en EViews con el siguiente formato:

tcr_can = log(tcn_can) + log(ipc_usa) - log(ipc_can)

Donde tcn_can es el tipo de cambio nominal de Canadá con respecto a Estados Unidos, ipc_usa es el índice de precios mayorista de Estados Unidos, e ipc_can es el índice de precios mayoristas de Canadá.

Reproduciendo el trabajo de Enders y Lee, nuestro primer paso consiste en realizar varios tests de raíz unitaria a las series de tipo de cambio nominal y real. El objetivo de este procedimiento es lograr rechazar con un alto grado de confianza la hipótesis nula de existencia de raíz unitaria. En otras palabras, se busca que la serie no sea no estacionaria.

Luego de realizar varios tests se concluye que las series son integradas de orden uno.

Como resultado de este procedimiento se decide utilizar la primera diferencia del logaritmo para cada una de las series. En el siguiente gráfico se muestra a modo de ejemplo el resultado del test ADF en primera diferencia, para la serie del tipo de cambio real.

Null Hypothesis: D(TCR_CAN) has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=14)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-12.63078	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.462737	

El modelo de descomposición de Blanchard y Quah que nos permite transformar a los residuos en su forma reducida en 2 tipos de shocks estructurales, tiene la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta tcr_t \\ \Delta tcn_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}(L) \cdots C_{12}(L) \\ C_{21}(L) \cdots C_{22}(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{rt} \\ u_{nt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} * u_{rt} + C_{12} * u_{nt} \\ C_{21} * u_{rt} + C_{22} * u_{nt} \end{bmatrix}$$

Donde u_{rt} y u_{nt} representan los shocks reales y nominales respectivamente.

La teoría económica sugiere que los shocks reales pueden causar cambios permanentes en el tipo de cambio real, mientras que los shocks nominales pueden causar solamente cambios temporarios en el tipo de cambio real.

La premisa de que los shocks nominales no tienen efecto en el largo plazo en el tipo de cambio real es representada en Enders 1995 por la siguiente restricción en la matriz de transformación:

$$\sum_{k=0}^{\infty} C_{12}(k) = 0$$

Esta restricción implica que el efecto acumulado de u_{nt} en el tipo de cambio real es cero. Por lo tanto, los shocks nominales tienen solo efecto en el corto plazo sobre el tipo de cambio real.

En el segundo paso se estima un modelo VAR bivariado.

Siguiendo al trabajo realizado por Enders y Lee, luego de testear al VAR con distintas cantidades de lags, y siguiendo al criterio de Akaike en conjunto con los niveles de significancia de los tests tradicionales para armar un VAR, se deduce que un lag es suficiente para el modelo.

VAR Model:
===============================

DLOG(TCR_CAN) = C(1,1)*DLOG(TCR_CAN(-1)) + C(1,2)*DLOG(TCN_CAN(-1)) + C(1,3)

DLOG(TCN_CAN) = C(2,1)*DLOG(TCR_CAN(-1)) + C(2,2)*DLOG(TCN_CAN(-1)) + C(2,3)

Seguidamente se calcula la descomposición de la varianza. Esto nos permite observar que los shocks reales son los principales responsables de los movimientos tanto del tipo de cambio real como del nominal.

Esta afirmación nos lleva a pensar en que existen movimientos conjuntos entre el tipo de cambio real y nominal.

Se muestra en la siguiente tabla la descomposición de la varianza con una proyección de 24 meses. Se presenta la participación porcentual de los shocks reales, tal como hace Enders (1995).

Variance Decomposition of DLOG(TCR_CAN):	
Months	
	Real Shocks
1	100,00%
3	98,53%
6	98,53%
12	98,53%
24	98,53%

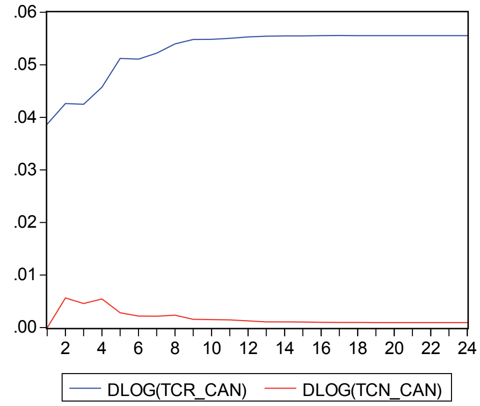
Variance Decomposition of DLOG(TCN_CAN):	
Period	
	Real Shocks
1	81,39%
3	79,85%
6	79,85%
12	79,85%
24	79,85%

Se aprecia entonces que los shocks nominales tienen mayor efecto en la serie de tipo de cambio nominal.

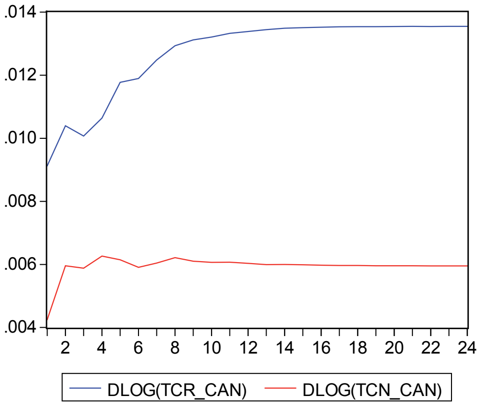
A pesar de esto vemos que los shocks reales explican también la mayor parte de los movimientos del tipo de cambio nominal.

La figura que sigue muestra las funciones de impulso respuesta del tipo de cambio real y nominal para ambos tipos de shocks. Cabe aclarar que para mejorar la función de impulso respuesta se utilizó un VAR con 6 lags dado que de esta manera se logra incluir suficientes rezagos como para capturar correctamente la autocorrelación de las perturbaciones (Fabris 2010). En el primer gráfico se muestran las respuestas del tipo de cambio real. En el segundo se muestran las respuestas del tipo de cambio nominal. Los shocks reales se representan en color azul mientras que los shocks nominales son los de color rojo.

Accumulated Response of DLOG(TCR_CAN) to Cholesky One S.D. Innovations



Accumulated Response of DLOG(TCN_CAN) to Cholesky One S.D. Innovations

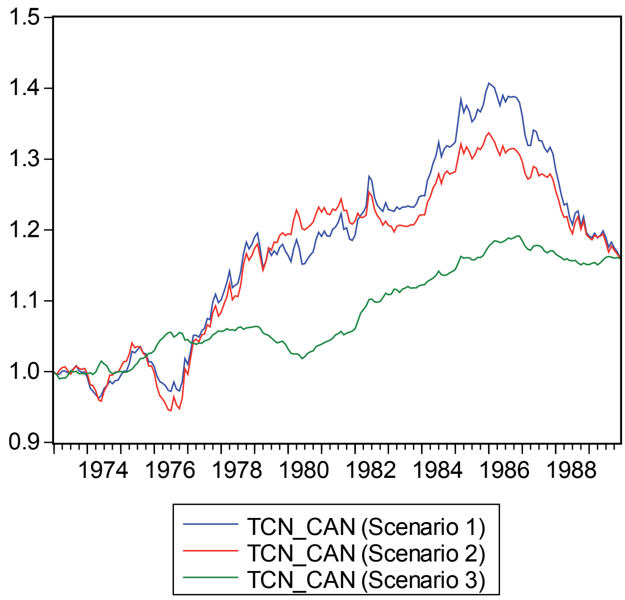


El efecto del shock real es causar un inmediato aumento en ambas series. Como habíamos intuido, el salto que genera en la serie de tipo de cambio real es similar al que provoca en el tipo de cambio nominal. Esto sucede por el alto nivel de correlación existente entre las series.

El efecto del shock nominal en el tipo de cambio real es necesariamente temporario, dada la restricción impuesta. Dado esto, solo el tipo de cambio nominal se verá influenciado por los shocks nominales y reales. El siguiente gráfico se genera luego de realizar la descomposición de los shocks estructurales siguiendo la metodología de Blanchard y Quah.

En el mismo se presenta la serie de tipo de cambio nominal verdadera (escenario 1, azul), la cual se ve afectada por ambos tipos de shocks; luego el tipo de cambio nominal solo con los shocks reales (escenario 2, rojo); y por ultimo el tipo de cambio nominal solo con los shocks nominales (escenario 3, verde).

Este gráfico muestra que si todos los shocks hubieran sido shocks nominales, el dólar canadiense hubiera estado por debajo del valor que presento en la mayor parte de la serie.



Por otro lado se puede apreciar que el rol de los shocks reales ha sido más importante a lo largo de la serie.

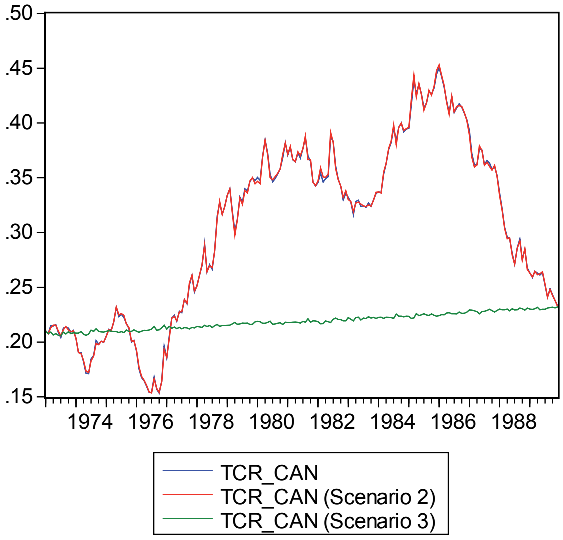
Estos últimos tipos de shocks explican la mayor parte de los movimientos de la serie verdadera. A modo de ejemplo se observa que la depreciación que comienza en 1976, y la apreciación desde 1987 se explican principalmente a causa de shocks reales.

Suponiendo que todos los shocks hubieran sido reales, el dólar canadiense hubiese estado más apreciado entre fines de 1982 y principios de 1987.

Por último, finalizando con el análisis del tipo de cambio de Canadá en el período post-Bretton Woods, se presenta un gráfico que muestra la evolución del tipo de cambio real

Ídem al gráfico anterior, se presentan los tres escenarios con el fin de poder analizar la incidencia de los distintos shocks aisladamente.

En el mismo se presenta la serie de tipo de cambio real verdadera (escenario 1, azul), la cual se ve afectada por ambos tipos de shocks; luego el tipo de cambio real solo con los shocks reales (escenario 2, rojo); y por ultimo el tipo de cambio real solo con los shocks nominales (escenario 3, verde).



En este gráfico puede observarse que los shocks nominales prácticamente no tuvieron incidencia en la serie de tipo de cambio real.

Según la restricción impuesta al modelo ya se sabía que los shocks nominales no iban a tener ningún efecto sobre el tipo de cambio real en el largo plazo. Lo curioso es que tampoco tuvieron ninguna incidencia en el corto plazo.

Los shocks reales explican entonces, todos los movimientos de la serie de tipo de cambio real.

Segunda Parte: el tipo de cambio de Argentina durante el período de la post-convertibilidad

En esta sección se realiza la identificación de los shocks nominales y reales que afectaron al tipo de cambio argentino durante el período de la post-convertibilidad (2003 – 2011).

Primeramente se define al tipo de cambio real como:

$$r_t = e_t + p_t^* - p_t$$

Donde e_t es el logaritmo del tipo de cambio nominal, p^*_t es el logaritmo del índice de precios de Estados Unidos, y p_t es el logaritmo del índice de precios local.

La misma fórmula se presenta en EViews con el siguiente formato:

tcr_peso_dolar = log (tcn_peso_dolar) + Log (ipc_usa) - log (ipc_arg)

Donde tcn_peso_dolar es el tipo de cambio nominal de Argentina con respecto a Estados Unidos, ipc_usa es el índice de precios de Estados Unidos, e ipc_arg es el índice de precios de Argentina.

Previo a construir el modelo, se realizan distintos tests de raíz unitaria a las series de tipo de cambio nominal y real.

Como resultado de este proceso se decide nuevamente usar la primera diferencia del logaritmo para cada una de las series de tipo de cambio.

En el siguiente gráfico se muestra el resultado del test ADF en primera diferencia para la serie de tipo de cambio real.

Null Hypothesis: D(TCR_PESO_DOLAR) has a unit root			
Exogenous: Constant			
Lag Length: 6 (Automatic based on SIC, MAXLAG=12)			
		t-Statistic	**Prob.***
Augmented Dickey-Fuller test statistic		**-3.256787**	**0.0197**
Test critical values:	**1% level**	**-3.498439**	
	5% level	**-2.891234**	

Seguidamente utilizando la técnica desarrollada por Blanchard y Quah, con el objetivo de descomponer los movimientos del tipo de cambio real y nominal en dos tipos de shocks, se presenta un modelo con la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta tcr_t \\ \Delta tcn_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}(L) \cdots C_{12}(L) \\ C_{21}(L) \cdots C_{22}(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{rt} \\ u_{nt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} * u_{rt} + C_{12} * u_{nt} \\ C_{21} * u_{rt} + C_{22} * u_{nt} \end{bmatrix}$$

Donde u_{rt} y u_{nt} representan los shocks reales y nominales respectivamente.

Nuevamente, la premisa de que los shocks nominales no tienen efecto en el largo plazo en el tipo de cambio real se representa por la restricción:

$$\sum_{k=0}^{\infty} C_{12}(k) = 0$$

Con esta restricción se impone que los shocks nominales solo puedan tener efecto en el corto plazo sobre el tipo de cambio real.

Seguidamente se estima un modelo VAR bivariado.

Según los niveles de significancia convencionalmente aceptados de los principales tests (lag length criteria, ar roots graph y correlograma de los residuos) y basándose también en el valor mínimo del criterio de Akaike, se ha elegido un modelo con 7 lags.

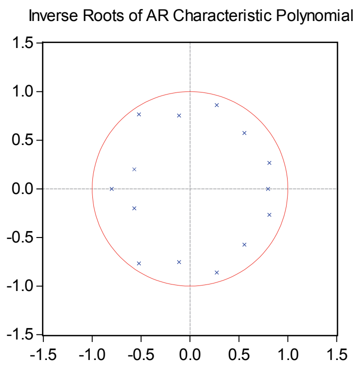
Se incorporan al modelo una constante y 11 dummies centradas, como variables exógenas. Según Johansen la ventaja de aplicar este tipo de variables ficticias ortogonalizadas, es que permiten suavizar la estacionalidad de las series sin afectar al valor de la tendencia.

Gracias a la aplicación de las dummies centradas se obtiene un mejor ajuste del modelo. Este mejor ajuste se corrobora por medio del test de causalidad de Granger (siguiente cuadro).

VAR Granger Causality/Block Exogeneity Wald Tests			
Dependent variable: DLOG(TCN_PESO_DOLAR)			
Excluded	Chi-sq	df	Prob.
DLOG(TCR_PESO_DOLAR)	1.290.534	7	0.0744
All	1.290.534	7	0.0744

Por ultimo, se aplica el logaritmo a las variables explicadas para suavizar las series.

A continuación se presentan los gráficos de raíces y el correlograma de los residuos como justificación al modelo elegido.



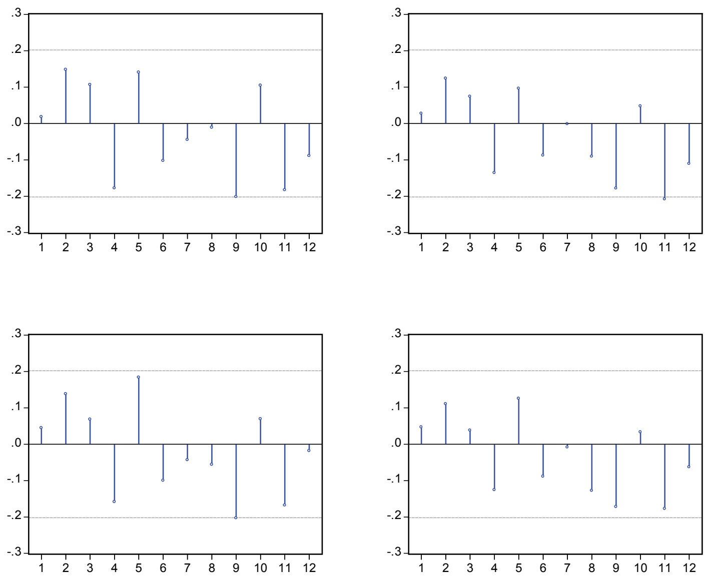
Se corrobora que todas las raíces se encuentran dentro del círculo unitario. Por lo tanto se rechaza con un alto grado de certeza la hipótesis nula de existencia de raíz unitaria.

Este proceso sirve entonces como verificación de la estacionalidad de las series utilizadas en el modelo VAR.

Se puede concluir que al estar todas las raíces dentro del círculo unitario, se está en presencia de un modelo VAR estable.

Seguidamente, se verifica en el siguiente gráfico la no existencia de autocorrelación de los residuos.

Autocorrelations with 2 Std.Err. Bounds



Vemos que los rezagos no salen de los límites de confianza. Además vemos que los residuos presentan un comportamiento totalmente aleatorio. Asumimos entonces a estos residuos, dado su comportamiento, como ruido blanco.

Seguidamente se calcula la descomposición de la varianza. Esta descomposición se trata de un estudio complementario a la función impulso-respuesta que indica en distintos horizontes del tiempo, el porcentaje de volatilidad que registra una variable; o sea que indica la proporción del efecto que, en forma dinámica, tienen todas las perturbaciones de las variables sobre las demás.

Se muestra en la siguiente tabla la descomposición de la varianza en una proyección de 24 meses. Se presenta solamente la participación porcentual de los shocks reales en ambas series de tipo de cambio, tal como lo hace Enders (1995) para el dólar canadiense.

Variance Decomposition of DLOG(TCR_PESO_DOLAR):	
Months	Real Shocks
1	100,00%
3	97,44%
6	96,39%
12	89,51%
24	88,89%
Variance Decomposition of DLOG(TCN_PESO_DOLAR):	
Months	Real Shocks
1	85,04%
3	78,63%
6	78,16%
12	74,38%
24	74,54%

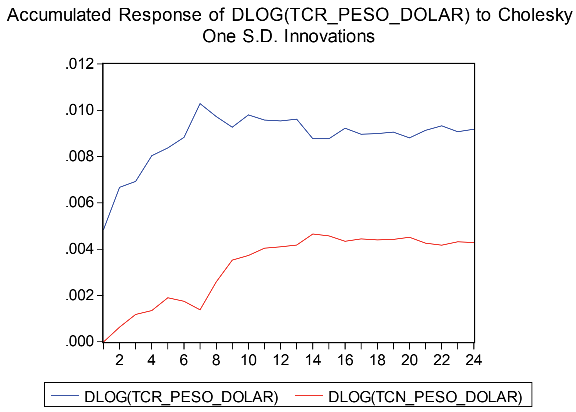
Se observa que el tipo de cambio real tiene un fuerte comportamiento autoregresivo, en virtud de que después de 24 meses casi el 90% de la varianza de la serie se sigue explicando por ella misma.

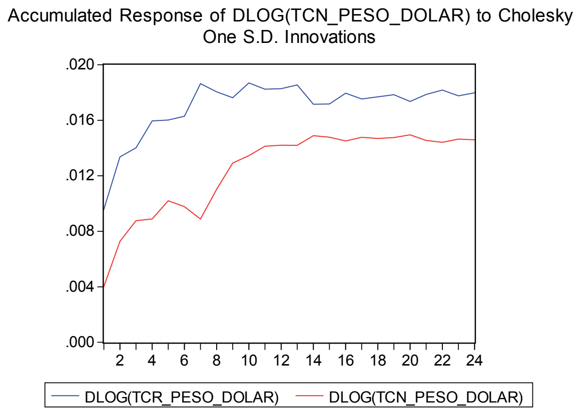
Vemos además, que el shock real tiene menor capacidad explicativa (aunque explica la mayor parte) de la serie de tipo de cambio nominal.

Este cuadro nos permite distinguir que los shocks reales son los principales responsables de los movimientos tanto del tipo de cambio real como del nominal.

Esta afirmación nos lleva nuevamente a considerar que existen movimientos conjuntos entre el tipo de cambio real y nominal.La figura que sigue muestra las funciones de impulso respuesta del tipo de cambio real y nominal para ambos tipos de shocks.

En el primer gráfico se muestran las funciones de respuesta del tipo de cambio real. En el segundo se muestran las respuestas del tipo de cambio nominal. Los shocks reales se representan en color azul mientras que los shocks nominales son los de color rojo.





El efecto del shock real es causar un inmediato aumento en ambas series. Como habíamos intuido, el salto que genera en la serie de tipo de cambio real es similar al que provoca en el tipo de cambio nominal.

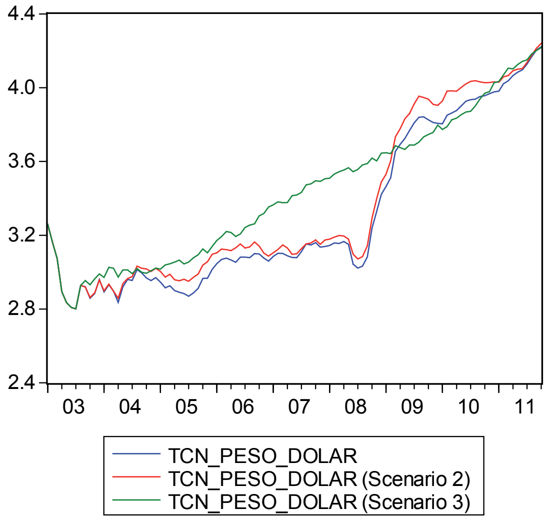
El efecto del shock nominal en el tipo de cambio real es necesariamente temporario, dada la restricción impuesta. Según Enders (1995) esta hipótesis no es tan fuerte para países como la Argentina con constantes problemas de presión inflacionaria.

Se observa un declive del efecto del shock nominal sobre el tipo de cambio real, aunque el efecto no desaparece en los 24 meses graficados.

A pesar de esto, dada la restricción impuesta por la metodología, solo el tipo de cambio nominal pude verse influenciado por los shocks nominales y reales en el largo plazo en nuestro modelo.

El siguiente gráfico se genera luego de realizar la descomposición de los shocks estructurales siguiendo la metodología de Blanchard y Quah.

En el mismo se presentan tres series. Primero se representa al tipo de cambio nominal verdadero (escenario 1, azul), el cual se ve afectado por ambos tipos de shocks; luego el tipo de cambio nominal solo con el shock real (escenario 2, rojo), y por ultimo el tipo de cambio nominal solo con el shock nominal (escenario 3, verde).



En este gráfico se observa que si todos los shocks hubieran sido shocks nominales, o sea, si no hubiesen existido shocks reales, el valor del peso argentino hubiera estado por arriba del valor que presento entre mediados de 2004 y fines de 2008 (escenario 3).

Vemos que al igual que lo que sucedió en Canadá, el rol de los shocks reales ha sido más importante a lo largo de la serie (escenario 2). Estos shocks explican la mayor parte de los movimientos de la serie verdadera.

A modo de ejemplo se observa que la fuerte depreciación que comienza en 2008 es en gran medida explicada en el modelo por el shock real.

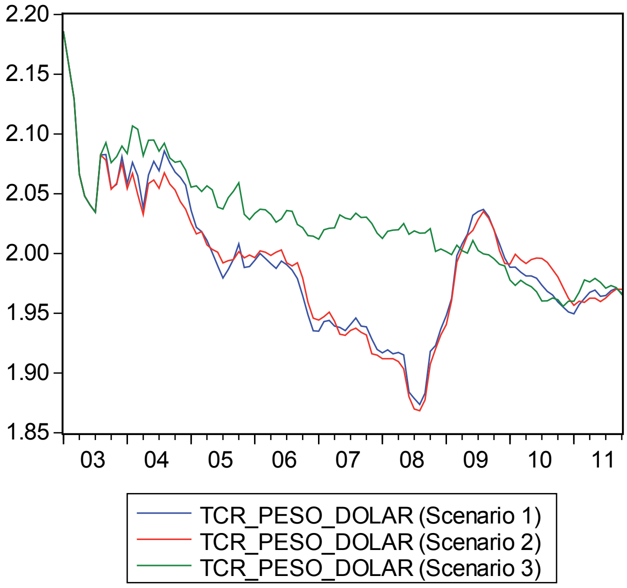
A pesar de esto, los principales motivos de la fuerte depreciación del tipo de cambio de Argentina observada entre 2008 y 2009 fueron debido a shocks exógenos a este modelo. Este tema será analizado con mayor profundidad en el anexo 1.

Siguiendo con el análisis del gráfico anterior, si todos los shocks hubieran sido solo reales, el peso argentino hubiese estado algo más depreciado entre 2004 y fines de 2006, y entre principios de 2009 y mediados de 2011. Esta observación es opuesta a lo que ocurría en Canadá para la misma serie, donde el tipo de cambio nominal afectado solo por el shock real estaba bastante más apreciado que el valor verdadero en la mayor parte de la serie.

En el siguiente gráfico se presenta la serie del tipo de cambio real de Argentina.

Ídem al gráfico anterior, se presentan los tres escenarios con el fin de poder analizar la incidencia de los distintos shocks aisladamente.

En el mismo se presenta la serie de tipo de cambio real verdadera (escenario 1, azul), la cual se ve afectada por ambos tipos de shocks; luego el tipo de cambio real solo con los shocks reales (escenario 2, rojo); y por ultimo el tipo de cambio real solo con los shocks nominales (escenario 3, verde).



Aquí vemos también que el shock real explica bastante bien el valor de la serie verdadera.

Por otro lado, según lo que se observa en el gráfico, el shock nominal solo tiene efectos considerables en el corto plazo.

Un aspecto distintivo es que la serie de tipo de cambio real descendió desde 2003 hasta mediados de 2008. Esto se debió a que las mini-devaluaciones del tipo de cambio nominal durante este período fueron insuficientes para compensar la suba en el nivel de precios.

A mediados de 2008 se observa una fuerte depreciación, de alrededor del 30% del tipo de cambio nominal que, debido a varios factores que se analizan en el anexo 1, logra tener efecto sobre la serie de tipo de cambio real, la que aumento su valor y, por lo tanto, la competitividad de los transables en alrededor de un 10%.

Comentarios Finales

Los resultados observados tanto en las series de Canadá como de Argentina, demuestran que tanto los movimientos del tipo de cambio nominal como del real son primordialmente explicados por shocks reales.

Por ultimo es conveniente comentar que un problema con la utilización de este tipo de metodología, a través de la cual se puede lograr la descomposición de los residuos reducidos en residuos estructurales, es que permite identificar como máximo tantos shocks estructurales como variables endógenas existan en el modelo. Es decir, si tengo dos variables, podré identificar como máximo 2 tipos de shocks, aunque en realidad pueda que existan otros tipos de shocks y, además, que estos sean significativos.

Anexo 1: El Silencioso Problema de la Economía Argentina en el Período de la Post-Convertibilidad

La idea del modelo económico utilizado en Argentina en el período de la post-convertibilidad ha sido mantener un tipo de cambio real competitivo y estable.

Se ha optado por un modelo de tipo de cambio con flotación administrada. De esta manera se ha buscado sostener los equilibrios tanto interno (producto y empleo) como externo (equilibrio de las cuentas corriente y capital y financiera del balance de pagos); además de buscar generar la acumulación de reservas para prevenir posibles crisis.

Este tipo de cambio competitivo ha sido el principal propulsor del crecimiento de la producción y el empleo desde la crisis económica de 2001.

En cuanto al sector externo, la política de sostener un tipo de cambio alto ha sido muy importante para generar la competitividad necesaria, fundamentalmente para el sector industrial.

Los productos industriales locales están muy cerca del margen de poder competir internacionalmente. Esto ocurre principalmente en el sector de transables de importación.

Es decir que el sector industrial de bienes transables, corre el riesgo de que al perder algo de competitividad, ingresen competidores extranjeros. Esta situación puede generar un efecto recesivo en términos de producto y empleo.

Los transables de exportación de la economía argentina (productos agrícolas principalmente) no son tan sensibles a las variaciones en el tipo de cambio. Esto se debe principalmente a que no necesitan de un tipo de cambio alto para poder competir, dadas las ventajas competitivas del sector.

La constante tendencia a la suba de los precios de los commodities fue crucial para lograr los objetivos del sector externo de la economía entre 2003 y 2008.

A modo de ejemplo se presenta el siguiente cuadro con la evolución del precio de la soja. Los valores que se presentan son los promedios anuales. (Fedeagro. Unidad técnica).

Producto	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Grano de Soja	185	193	184	204	249	303	260	255	341	508	431	428	540

(US$/Tonelada. Prom. Anual)

Al comienzo de la crisis económica internacional en 2007 los precios siguieron su tendencia alcista.

Se observa que los precios de los *productos agrícolas* comenzaron a contraerse rápidamente desde julio de 2008. Esta caída se aceleró en el mes de octubre de ese mismo año.

La política de tipo de cambio alto fue fundamental para que Argentina estuviera protegida de la crisis internacional, dados la fuerte acumulación de reservas y el superávit de cuenta corriente.

En países con estructuras productivas desequilibradas como Argentina, un esquema de tipo de cambio alto induce a la aceleración del crecimiento real, pero también puede generar presiones inflacionarias.

Con el objetivo de controlar la inflación y con una política de tipo de cambio alto, las políticas fiscales y monetarias juegan un rol muy importante en el sentido de que deben utilizarse de manera anticíclica. Por lo tanto, en este caso, deben cooperar con el control de la inflación.

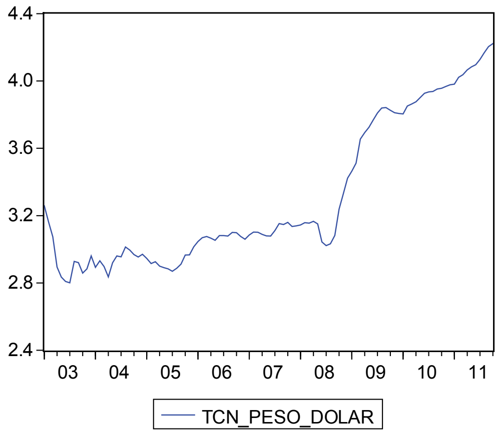
Para evitar una recesión e inestabilidad económica, debido a la baja en los precios de los commodities; la fuerte salida de capitales y la perdida de competitividad, se dejo depreciar al tipo de cambio nominal alrededor de un 30% en menos de un año.

Puede apreciarse en el siguiente cuadro generado a partir de datos del Balance de Pagos, que en el segundo trimestre de 2008 hubo una baja en las reservas internacionales de 2621 millones de dólares. Esto se debió en gran medida a la fuga de capitales en el sector privado no financiero.

	CUADRO 11.			
	Estimación del Balance de Pagos (1)(2)			
	En millones de dólares			
	Series		*Trimestral*	
	CUENTA CAPITAL Y FINANCIERA			
FECHA	**TOTAL CUENTA CAPITAL Y FINANCIERA**	**TOTAL CUENTA FIANCIERA**	**Sector Privado No Financiero**	**TOTAL VARIACIÓN DE RESERVAS**
II-08	-2.369	-2.382	-3.672	-2.621

Esta fuerte salida junto con la crisis internacional y la inflación acumulada, fueron los impulsores de la devaluación del tipo de cambio nominal entre 2008 y 2009.

Como se ve en el siguiente gráfico, desde principios de septiembre de 2008 se establece una tendencia creciente del valor del tipo de cambio nominal por parte del Banco Central.



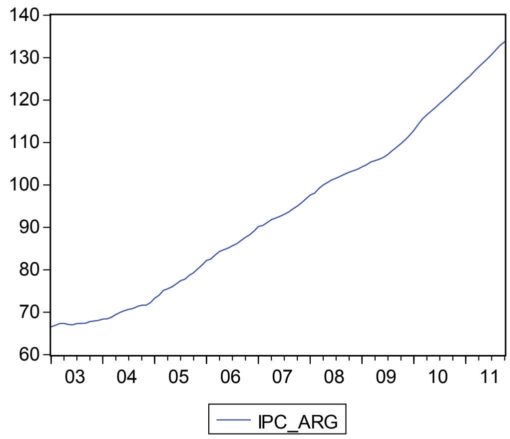
Este proceso devaluatorio continuó hasta junio de 2009.

Se observa que en aproximadamente 10 meses se estableció una devaluación del tipo de cambio nominal de 27.8%.

Esta medida no tuvo una fuerte incidencia en el nivel general de precios dada la baja en los precios de las materias primas y del petróleo en el mercado internacional.

Aunque el nivel de suba de precios fue menor en el año 2009, la inflación siguió presentando valores altos. Ese año la inflación fue del 19%.

En el siguiente gráfico se presenta la evolución del nivel general de precios durante todo el período de la Post-Convertibilidad.



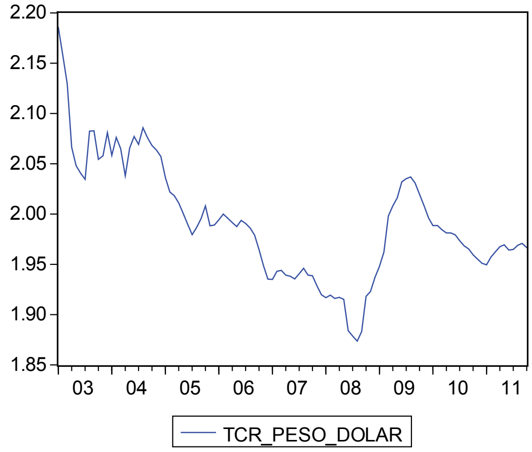
Se puede apreciar que el gran problema que se ha presentado para la economía argentina a lo largo de esta etapa, ha sido la persistente suba de precios.
En la mayor parte del período ha sido necesario ajustar el valor del tipo de cambio como consecuencia de la alta inflación.

Si el alza en el nivel de precios hubiera sido menor, no hubiese sido necesario devaluar sistemáticamente para sostener la competitividad argentina en el mercado internacional.

A pesar de este hecho, la competitividad se ha visto deteriorada dado que la corrección cambiaria ha sido insuficiente para compensar los aumentos de precios. Ello ha provocado entonces un deterioro del tipo de cambio real.

Aunque el régimen cambiario no se modificó formalmente, la orientación de la Política cambiaria sí se modificó en 2007, y los cambios se acentuaron en 2008 y 2009.

Se puede apreciar en el siguiente gráfico la perdida de competitividad de la Argentina a través de la serie de tipo de cambio real.



Se observa que en el período que va desde 2003 hasta mediados de 2008 se ha deteriorado continuamente la competitividad dado que la corrección cambiaria ha sido insuficiente para compensar los aumentos de precios. Ello ha provocado entonces un deterioro del tipo de cambio real.

Por ejemplo, entre 2006 y 2008 el tipo de cambio real sufrió una apreciación del 7%.

Siguiendo con el análisis del gráfico anterior, se observa una importante recuperación (algo más del 10%) del tipo de cambio real entre fines de 2008 y mediados de 2009.

Esto se debió a la eficacia que tuvo en el corto plazo la fuerte devaluación nominal realizada en ese mismo periodo.

La depreciación del tipo de cambio nominal entre 2008 y 2009 logro tener un efecto real dado que la suba en el nivel general de precios fue proporcionalmente menor. Esto se debió en parte a la caída en el precio de los commodities.

Con esta medida se logró mantener la competitividad y el nivel de crecimiento (en el corto plazo), en un contexto en el cual muchos países entraron en recesión.

Con todo esto no se pretende decir que controlar la inflación sea una tarea fácil. En el modelo actual controlar la inflación significa controlar la demanda agregada, lo que implicaría seguramente un costo político y social indeseado para cualquier gobierno de turno.

Una solución de mediano y largo plazo a este círculo vicioso que se ha generado entre la inflación y la devaluación, es aumentar la productividad.

Esto se podría lograr por ejemplo, invirtiendo y fomentando la competencia en los servicios de transportes.

Una mejora en la infraestructura podría bajar considerablemente los costos de transporte.

Esto podría mejorar la competitividad real de los distintos sectores productivos, cooperando, pero por otra vía, con el rol de la política cambiaria en Argentina.

Anexo 2: Resolución con el software econométrico EViews para el caso de Argentina

Siguiendo la presentación de Fabris 2010, se crea este anexo con el leguaje del software utilizado.

Se realiza la descomposición de Blanchard y Quah para las series de tipo de cambio nominal y real de Argentina en el período de la post-convertibilidad (2003-2011).

Se define un modelo VAR en diferencias con las variables dlog (tcr_peso_dolar) dlog (tcn_peso_dolar) y con 7 lags. Incluye intercepto y 11 dummies centradas.

Procedimiento

Fijo el rango para el período que se estudia (2003m01-2011m10).

Creo la serie de tipo de cambio real.
tcr_peso_dolar = log (tcn_peso_dolar) +log (ipc_usa) - log (ipc_arg).

Genero las dummies centradas.
d1=@seas(1)-(1/12)
Idem para el resto de las 11 dummies.

Estimo el VAR en diferencias con l = 7 lags. Se tiene cuidado de incluir suficientes rezagos como para capturar la autocorrelación de las perturbaciones. Otra importante aclaración es que se debe tener en cuenta el orden en que se seleccionan las variables para armar el VAR, dado que se realizan varias operaciones matriciales y se corre el riesgo de cruzar los datos, lo que llevaría a resultados erróneos. Por esto se aclara que al armar el VAR selecciono primero la serie de tipo de cambio real, y luego, en segundo lugar la serie de tipo de cambio nominal.

Genero las series de residuos del var en diferencias. Tendrá l+1 valores NA al comienzo de la serie.
var01.makeresids e1 e2
Relleno los l+1 valores iniciales con cero

Genero una matriz ME para guardar los residuos de la forma reducida.
matrix (106,2) me
stom (grupoe,me)

Genero una matriz LP para hacer la factorización estructural de largo plazo
matrix (2,2) lp

Relleno la matriz LP con los valores adecuados

NA	0
NA	NA

El cero de esta matriz implica la restricción de que los shocks nominales no tienen efecto sobre el tipo de cambio real en el largo plazo.

Realizo la estimación de la descomposición estructural
Se incluye como restricción la matriz lp.

Rescato la matriz B del SVAR, que será mi C0
matrix C0 = var01.@svarbmat

Ahora convierto los residuos del VAR reducido (Matriz ME) a residuos estructurales (Matriz MU)
matrix mut= @inverse(C0)*@transpose(me)
matrix mu = @transpose(mut)
‘y los guardo en las series u1, u2.

Genero un modelo llamado model01 con base en el VAR01

Hago la primera verificación incorporando los residuos del VAR reducido al modelo. El residuo e1 se incorpora a la serie de tipo de cambio real, y e2 se incorpora a la serie de tipo de cambio nominal. Se debe correr el modelo seleccionando la opción identidad.
Al correrlo, si todo esta bien el modelo debe reproducir los datos de las series de tipo de cambio originales.

Seguidamente genero los residuos ei con base en los residuos ui

e1=c0 (1,1)*u1+c0(1,2)*u2
e2=c0 (2,1)*u1+c0 (2,2)*u2

Al correr el modelo debe nuevamente reproducir los datos originales.

Luego se simula un escenario considerando que el shock nominal es cero. Por lo tanto en este escenario se observa el shock real solamente.

Con u2 = 0
e1=c0 (1,1)*u1
e2=c0 (2,1)*u1

Corro nuevamente al modelo, ahora con la perturbación nominal solamente.

Con u1 = 0
e1 = c0 (1,2)*u2
e2 = c0 (2,2)*u2

En este último caso se considera que el shock real es cero.

Por último, se abren las series originales y los nuevos escenarios con los shocks aislados en forma de grupo. Se muestra en forma gráfica. De esta manera verificamos que siguiendo la metodología de descomposición de shocks de Blanchard y Quah, se puede apreciar gráficamente que los shocks nominales no han tenido efecto sobre el tipo de cambio real en el largo plazo.

Bibliografía

Blanchard, O. y Quah, D. (1989) “The Dynamic Effects of Aggregate Demand and Supply Disturbances”, The American Economic Review, Vol. 79, Nro. 4.

Cerra V. y Saxena, S (2000) “Alternative Methods of Estimating Potential Output and the Output Gap: an Application to Sweden”, IMF Papers , 2000.

Clarida R. y J. Gali (1994) “Sources of Real Exchange Fluctuations: how important are Nominal Shocks?”, Carnegie Rochester, Conference Series on Public Policy, (41), pp. 1-56.

Elosegui, P. , Garegnani, L. , Lanteri, L , Lepone, F. y Sotes Paladino, J. (2006) “Estimaciones Alternativas de la Brecha del Producto para la Economía Argentina” , Banco Central de la República Argentina (BCRA).

Enders, W. y Lee, (1997) , “Accounting for real and nominal exchange rate movements in the post-Bretton Woods period” , Journal of International Money and Finance, Vol. 16, No. 2, pp. 233 254.

Enders, W. (2010) “Applied Econometrics Time Series”, J. Wiley & Sons, New York.

EViews 5 User’s Guide.

Fabris, J. (2010) "Estimación de la brecha del producto mediante análisis de tendencia – ciclo. Una aplicación de la descomposición estructural de Blanchard y Quah", XXV Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y Afines, Libertador Gral. San Martín, Entre Rios.

Las políticas macroeconómicas en la evolución reciente de la economía argentina.
Mario Damill y Roberto Frenkel (CEDES, 2011).

Lucio Sarno-Mark Taylor (2001) "The economics of exchange rate".

Boletín Matemático de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
vol. 21, p. 53-55, **2013**

APRENDIZAJE UBICUO EN MATEMÁTICA

Jorge Emilio Salvel *

El diccionario de la Real Academia Española expresa sobre el término <ubicuo>: *"Que está presente a un mismo tiempo en todas partes. Dícese principalmente de Dios.*"

El increíble avance tecnológico nos permite contar con instrumentos electrónicos maravillosos como teléfonos inteligentes móviles cada vez más potentes, computadoras tablet fascinantes con pantalla táctil y teclado virtual, laptop, libros electrónicos de última generación y tantos otros. Todos con la particularidad de que cada vez son menos costosos, más modernos, más compactos y livianos, con mayor autonomía y cuya conectividad sin cable permite utilizarlos en cualquier parte.

Ya no tenemos que ir a un determinado lugar para usar la computadora, ella viene con nosotros. Quedó en la historia ir a buscar un teléfono para comunicarnos, él está en nuestro bolsillo. Cada vez menos llamamos desde un teléfono fijo o lo hacemos a una determinada persona y, no importa en qué momento sea ni dónde esté, seguramente nos atenderá.

Los teléfonos inteligentes (smartphone) además de las funciones propias de comunicación permiten crear, actualizar y consumir todo tipo de contenidos en la red, publicar en los sitios web, buscar un punto en el mapa y cómo llegar a él (GPS) y diseñar o consultar un moblog (mobile-blog) desde cualquier lugar. Obviamente los jóvenes de la generación "Y" son los usuarios predilectos: crecieron con Internet y son ellos los que hoy están en nuestras clases. No debemos desaprovechar su buena convivencia con la tecnología, con los contenidos de la red y con los recursos situados en la nube.

La portabilidad y la conectividad sin cable hacen tan útiles y atractivos a estos artefactos que la educación ha comenzado a tenerlos en cuenta bajo un nuevo paradigma: el aprendizaje ubicuo. Desde un smartphone se puede cursar una asignatura virtual, recorrer el aula y hacer todas las actividades inherentes.

Nicholas Burbules, Doctor en Filosofía de la Educación de la Universidad de Stanford y especialista en educación y nuevas tecnologías, afirma en una

***** Contador Público.

interesante entrevista realizada en Buenos Aires por el IIPE – UNESCO, (http://vimeo.com/27626710) que *"el aprendizaje ubicuo es hacer que el proceso de aprendizaje sea una experiencia más distribuida en el tiempo y el espacio. Está siempre potencialmente presente y tiene muchas implicancias en cuanto a cómo aprendemos, por qué aprendemos y dónde aprendemos".*

Si bien la educación a distancia existe desde hace mucho tiempo, el impacto de las nuevas TIC (tecnologías de la información y de la comunicación) ofrecen recursos pedagógicos que han provocado transformaciones notables en esta modalidad. Gracias a Internet, las ventajas y posibilidades de la Web 2.0 no dejan de crecer. Los blogs, las wiki, las redes sociales, los programas educativos y los sitios colaborativos permiten compartir en forma bidireccional información, archivos, imágenes, videos y contenidos que se desarrollan a solicitud de los requerimientos.

La enseñanza de la matemática a través de la modalidad a distancia o semipresencial ha generado resultados sorprendentes. La posibilidad de elegir el espacio y el tiempo sin límites en que cada alumno puede concentrarse en el estudio de un tema, lo predispone de manera distinta ante el aprendizaje, con menos presión, más distendido. El tener *a un clic de distancia* los contenidos de cada tema de la asignatura, los casos tipo desarrollados y la posibilidad de ver en un video cómo se resuelve un ejercicio o un teorema, detenerlo, volver atrás y reverlo una y más veces hasta que el aprendizaje suceda, hace que todo sea más natural, más simple y seguro. Cada alumno marca su camino, su tiempo, su espacio. La consulta personalizada al tutor vía e-mail, las participaciones en los foros donde se van hilando las ideas con la intervención de todos (multidireccionalidad) y los momentos de encuentro a través del chat que permiten aclarar dudas o ampliar conocimientos hacen, de esta relación docente – alumno, una diferencia importante con el aula tradicional que, sin desmerecer los aportes que desde siempre ha brindado, permite pensar en nuevas formas de enseñar y de aprender. La relación alumno-alumno adquiere relevancia en cuanto a que favorece la construcción de conocimiento colaborativo guiado por el docente. Aunque esta figura docente nunca podrá ser reemplazada por la tecnología, sí, gracias a ella, y desde un nuevo rol de guía, contribuirá a mejorar la calidad del proceso de aprendizaje.

Por otra parte, si bien el llamado "aprendizaje ubicuo" necesita de la mediación de las TIC para poder ser, pensemos en la ubicuidad de todos los conocimientos, de qué modo están a nuestro alcance y el de los alumnos, y cómo nos influyen debido a la facilidad con que podemos acceder a ellos.

Se debería buscar un nuevo equilibrio en el que el proceso trascienda las fronteras del aula, en el que el alumno traiga a la clase conocimientos recogidos en el mundo exterior, y que lo aprendido en clase sea aplicable al mundo exterior. Para ello cada alumno deberá comprometerse con su propio aprendizaje y el docente crear una nueva relación horizontal incorporando las TIC para un mejor logro de los objetivos. A pesar de que nunca podrá el ser humano estar en todas partes, privilegio reservado sólo a Dios, debe tomar conciencia de que los nuevos tiempos exigen cambios y que la educación no está fuera de ellos.

Boletín Matemático de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
vol. 21, p. 57-60, **2013**

XXXIII JORNADAS DE PROFESORES UNIVERSITARIOS DE MATEMÁTICA FINANCIERA

Dra. Norma Irigoyen

En el marco de la celebración del cincuentenario de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad de Morón (1962-2012) se realizaron las trigésimoterceras Jornadas de Profesores Universitarios de Matemática Financiera. El evento fue organizado por la mencionada Unidad Académica y la Asociación Civil de Profesores Universitarios de Matemática Financiera (ACPUMF), entidad que nuclea a los profesores de la asignatura de todas las universidades del país.

Durante los días 11, 12 y 13 de octubre de 2012 la Universidad de Morón, sede del evento, recibió a un gran número de participantes procedentes de las Facultades de Ciencias Económicas de las Universidades de Chaco, Mendoza, Tucumán, Santa Fe, Rosario, Entre Ríos, Santiago del Estero, Córdoba (Nacional y Católica), Chubut, Buenos Aires, La Matanza, Lomas de Zamora y Mar del Plata.

El acto de apertura contó con la asistencia del Sr. Rector de la Universidad de Morón, Dr. Héctor Norberto Porto Lemma, decanos de distintas unidades académicas, demás autoridades, profesores, invitados especiales y alumnos.
El Sr. Decano de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Dr. Jorge Raúl Lemos, dirigió a los presente un mensaje de bienvenida donde señaló la importancia del evento el que se desarrolla, dijo, en el marco del cincuentenario de creación de la Facultad. Luego de destacar la participación de representantes de casi todo el país y felicitar a los asistentes por la vocación y el entusiasmo de trabajar por los jóvenes dejó formalmente inauguradas las Jornadas.

Seguidamente habló la Prof. Teresa Beatriz Olivi quien, en carácter de Presidente de las Jornadas agradeció a las Autoridades que la Universidad de Morón sea la sede del evento y destacó, en un sentido mensaje, la importancia del compromiso que, en estos tiempos, debe asumir el docente frente a los alumnos en el aula.

Los trabajos presentados en las 33° Jornadas de Profesores Universitarios de Matemática Financiera fueron:

- **Algoritmo para la valuación numérica de opciones americanas**
  CASPARRI María Teresa; ELFENBAUM Melisa
- **Análisis de la integración de capitales en el caso de incapacidad**
  METELLI María Alejandra; MUTCHINICK Paula
- **Análisis financiero de títulos públicos**
  GRANEROS Pablo David
- **Análisis financiero en condiciones de riesgo - @risk**
  GONZÁLEZ Marcela
- **Análisis financiero para la obtención de la vivienda única**
  LA LEGANAME Susana Elsa; GÓMEZ Carolina Haydee
- **Descripción sistema aureo**
  FERNANDEZ, Luis Alberto
- **El análisis de inversiones**
  MALLO Paulino Eugenio; ARTOLA María Antonia; MORETTINI Mariano
- **Endeudamiento e inflación**
  ARISTIMUÑO GARAY Danilo Evers
- **Estrategias de vinculación del alumno**
  DRAGANI Marcela Elizabeth; IVO Carina Alejandra
- **Estructura temporal de la tasa de interés importancia y análisis de su estimación**
  DIP Juan Antonio; GODOY DE FRANCO Antonia Elizabeth
- **Evaluación de proyecto forestal**
  DÁMASO Benito Antonio; LÓPEZ CHAVANNE Federico Saúl
- **Fondos comunes de inversión**
  BRAVINO Laura; MARGARIA Oscar
- **Innovar sin innovacionismos en el cálculo financiero**
  CASPARRI María Teresa; GARNICA HERVÁS Juan; CASTEGNARO de PASARÍN Aída
- **La tasa instantánea de la operación financiera**
  CARRIZO Elvira; KARL de VEGA Ana
- **Las actualizaciones y los intereses en los aportes**
  MENDAÑA Vanesa; BIANCHI Marcelo Luis
- **Las operaciones financieras en un contexto inflacionario**
  ANDONIAN Olga Graciela; MARGARIA Oscar

- **Redes sociales en educación**
  MARGARIA Oscar; BRAVINO Laura
- **Sistema tutorial**
  Irigoyen Norma Beatriz; Loiacono Mónica
- **Temas de analisis matemático aplicables en el cálculo financiero**
  TOMAS Norberto Pedro; Más María Magdalena
- **Valuación de swaps**
  BARTOLOMEO Alejandro; MACHIN URBAY Gustavo
- **Variantes usuales en el sistema francés**
  RODRIGUEZ Raúl; GASENI Edmundo; HAGA Adolfo
- **Inmunización de un portafolio de bonos**
  LOPEZ DUMRAUF
- **Refinanciación de deudas fiscales**
  SEBASTIÁN FUMIS
- **Las PYMES y el manejo de la información de los productos financieros**
  ALVAREZ Alicia Virginia; GÓMEZ PRAX Christian Ciro; OLIVI Teresa Beatriz; ROJO María Paula
- **Simulador de rentabilidad de bonos**
  MIKALEF Luis Marcelo

.

Durante el desarrollo de las Jornadas se expusieron los lineamientos más importantes de cada trabajo los cuales tuvieron un notable nivel académico. Asimismo el Prof. Guillermo López Dumrauf, autor de libros del área de Matemática Financiera cuyos textos se recomiendan en la bibliografía de asignaturas afines, brindó una interesante conferencia sobre “Inmunización de un portafolio de bonos”.

Los participantes manifestaron su reconocimiento a todos aquellos que hicieron posible la realización del encuentro y, en especial, a la Comisión Organizadora integrada por los Profesores: Norma Beatriz Irigoyen como Presidente del Comité Ejecutivo; Jorge Las Heras como Presidente Alterno; Mónica Loiácono como Tesorera y Analía Riveira en su carácter de Secretaria. Los Profesores Carlos Carrasco, Daniel Aulicino, Enrique Burcet, Jorge Eisayaga, María Luján Cuccioleta y Santiago Squadrone también integraron el equipo de trabajo.

Por otra parte los asistentes hicieron llegar su agradecimiento a las autoridades de la Facultad de Ciencias Económicas y a las de la Universidad de Morón ya que, gracias a sus colaboradores, “pudieron sentirse como en casa”. La profesora Mirta N. Ruiz Herrera de Santiago del Estero quiso expresar, a través de un mail que se transcribe, el sentir de los asistentes: *"Queridos colegas:* "*Quiero expresarles mi profundo agradecimiento por el recibimiento y todo el desarrollo de las jornadas que nos ha convocado en estos días. Una vez más se ha demostrado los lazos afectivos y el entusiasmo que nos une en este reencuentro anual. He venido a mi tierra con los recuerdos hermosos gravados en el alma y con las energías y el compromiso de trabajar para la excelencia en el día a día y brindarme a nuestros jóvenes que tanto están necesitando*. *Me siento orgullosa de pertenecer a esta asociación que se está proyectando exitosa y muy prometedora y a la que tenemos el deber de sostenerla con el apoyo mutuo de los socios que gracias a Dios y a nuestros prestigiosos fundadores, ya tiene las bases afectivas que son el pilar para su continuidad y que la debemos preservar".*

El día sábado al medio día, finalizada las exposiciones, la Prof. Teresa Beatriz Olivi cedió el mando de Presidente de las próximas Jornadas, a realizarse en la Universidad Nacional de La Matanza, a la Prof. Norma Beatriz Irigoyen.

El cierre estuvo a cargo del señor Vicedecano de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales Dr. Jorge Emilio Salvel quien, junto al señor Secretario Académico Dr. Carlos Martínez, a la señora Secretaria Adjunta Dra. Amanda Llistosella y al señor Director de Estudio Dr. Vicente Filletti, felicitó a los asistentes y agradeció la participación de todos destacando la importancia de que los profesores inviertan su tiempo en profundizar sus conocimientos. Asimismo transmitió el saludo del señor Rector de la Universidad, Dr. Norberto Porto Lemma y del señor Decano de la Facultad, Dr. Jorge Raúl Lemos. Luego de la entrega de certificados y presentes institucionales los participantes compartieron un asado de camaradería en el campo de la Universidad de Morón.

EDITORIAL UNIVERSIDAD DE MORÓN

Esta publicación se terminó de imprimir en el mes de Abril de 2013 en los Talleres Gráficos de la Universidad de Morón, Cabildo 134, B1708JPD Morón, Buenos Aires, Argentina.

Universidad de Morón