BOLETÍN MATEMÁTICO

Instituto de Investigaciones de Matemática Aplicada

11

ABRIL 2006

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

UNIVERSIDAD DE MORÓN

Autoridades de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

STAFF

Director
Ing. Luinor E. Vilches
lvilches@unimoron.edu.ar
Redacción
Profesores de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
Producido por la Oficina de Medios UM
Editor:
Lic. Alejandro Gavric
Diseño Grafico:
DCV. Sandra Luján
Corrección
Prof. Susana Lamaison
Impreso en los Talleres Gráficos UM
Año 8 Número 11
Registro de la Propiedad Intelectual SSN 0329-0255
Universidad de Morón
Cabildo 134 (B1708JPD) Morón
(011) 5627-2000 (líneas rotativas)
Fax: 5627-2002
E-mail: webmaster@unimoron.edu.ar
Internet: www.unimoron.edu.ar

Instituto de Investigaciones de Matemática
Aplicada de la Facultad de Ciencias
Económicas y Empresariales de la UM

BOLETÍN MATEMÁTICO

ÍNDICE

LOS CONTENIDOS DE LOS NÚMEROS 1 A 10 DE ESTE BOLETÍN ESTÁN INSTALADOS EN LA PÁGINA WEB DE LA UNIVERSIDAD DE MORÓN.

www.unimoron.edu.ar → Facultades → Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales → Publicaciones.

Aprender es el mas grande de los placeres, no solamente para el filósofo, sino también para el resto de la humanidad, por pequeña que sea su capacidad para ello.

Aristóteles

DESDE UN PRÓLOGO DE UNAMUNO

Por el Dr. Jorge E. Salvel (*)

(*) Profesor Titular de Análisis Matemático I y Vicedecano de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad de Morón.

He aquí un párrafo del prólogo de la obra Tres Novelas Ejemplares y un Prólogo de Miguel de Unamuno:

"... Pues bien; un hombre, y un hombre real, que quiere ser o que quiere no ser, es un símbolo, y un símbolo puede hacerse hombre. Y hasta un concepto. Un concepto puede llegar a hacerse persona. Yo creo que la rama de una hipérbola quiere – ¡así, quiere! – llegar a tocar a su asíntota y no lo logra, y que el geómetra que sintiera ese querer desesperado de la unión de la hipérbola con su asíntota nos crearía a esa hipérbola como a una persona, y persona trágica. Y creo que la elipse quiere tener dos focos. Y creo en la tragedia o en la novela del binomio de Newton. Lo que no sé es si Newton la sintió ..."

Qué destino el de esa persona trágica, el de esa rama de la hipérbola que pertenece a la función que al prolongarse indefinidamente se acerca de continuo a su asíntota y nunca la encuentra. Qué terrible sensación de querer llegar y, a pesar de estar cada vez más cerca, nunca lograrlo. Señor lector: Tuvo alguna asíntota en su vida a la que nunca pudo llegar? Si bien no podemos evitarlo, lo importante es darnos cuenta de que de eso se trata. Detenerse a tiempo es el premio; tender a infinito es en vano.

Yo también creo que la elipse quiere tener dos focos. Si sólo tuviera uno sería una circunferencia y si no tuviera ninguno moriría en la rigidez de un segmento. En ambos casos perdería su identidad, y me pregunto... ¿ por qué habría de querer perderla? Su excentricidad quiere seguir existiendo entre 0 y 1, con su intervalo abierto.

Comparto la idea de novela del binomio de Newton. Es una verdadera obra literaria, una prosa que narra la combinación perfecta, en cada uno de sus términos, de coeficientes (traídos de Tartaglia) y factores cuyos exponentes, pintados con simétrico encanto, deleitan la imaginación. Creo que, lejos de parecer una tragedia, su diseño, sin conflictos ni un final funesto, podría enunciarse, paradojicamente, como una novela ejemplar. ¡Ah, me olvidaba!, el cálculo también siempre es perfecto, aunque esto es sólo anecdótico.

El autor, que deja a un lado la racionalidad matemática pura y construye una idea humanizante, pasa de la mente al corazón, de la ciencia al espíritu.

Y dicen que la matemática es fría!!

METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

La Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad de Morón tiene programado un curso de posgrado de ***Metodología de la Investigación***, a dictarse los días ***sábados de 9 a 14***.

CONTENIDOS:

MÓDULO I: Introducción - Marco Epistemológico - Tipos de Investigación.

MÓDULO II: Tema - Problema - Hipótesis - Objetivos - Marco Teórico.

MÓDULO III: Metodología - Recolección de Datos.

MÓDULO IV: Estadística.

MÓDULO V: Base de Datos - Bibliografía.

MÓDULO VI: Diseño y Evaluación de Proyectos.

Este curso **acredita 120 horas de Investigación**.
Fecha de Inicio: 29/04/2006.
Fecha de Finalización: 25/11/2006.
Lugar de Realización: Edificio Central de la Universidad de Morón.

Informes e Inscripción:
Oficina Administrativa de Posgrados y Actividades Extracurriculares
(Cabildo 134 - 1er. piso - Tel.: 5627-2000 - Int 266/182 - ***graduados@unimoron.edu.ar***).

UNA MEDIDA DE CONCORDANCIA INTEROBSERVADOR

COEFICIENTE KAPPA DE COHEN

Por la Lic. Irene Alicia Montagut (*)
y la Lic. Silvia Vietri (**)

Existen numerosos casos prácticos en los que una misma variable es observada por dos o más métodos o evaluadores. Uno de los objetivos fundamentales de esa observación es analizar la consistencia de los resultados, es decir, ver si los valores obtenidos sobre un mismo elemento son o no coincidentes para distintos operadores.

(*) Profesora Titular Extraordinaria de Estadística en la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad de Morón.

(**) Profesora de la Facultad de Ciencias Aplicadas al Estudio Sistemático del Turismo y la Población de la Universidad de Morón.

Está claro que, aunque no existiera ninguna relación entre los evaluadores, es previsible que exista algún grado de concordancia entre los mismos, debida puramente al azar. Entre las medidas de concordancia utilizadas para cuantificar el grado de acuerdo, tanto para variables cualitativas como cuantitativas, se encuentra el *Coeficiente Kappa de Cohen*. El mismo fue propuesto inicialmente por Cohen en el año 1960 , para el caso de dos evaluadores o dos métodos , y generalizado más tarde por Fleiss para el caso en que el número de observadores o métodos supere a dos.

El coeficiente Kappa se calcula como un cociente en el que se relaciona la proporción de concordancia observada (p_0) de los dos observadores, con la proporción de concordancia esperada por el azar (p_e) de la siguiente manera:

$$K = \frac{p_0 - p_e}{1 - p_e}$$

$$\textit{donde } p_0 = \frac{\textit{número de acuerdos}}{\textit{número de acuerdos + número de desacuerdos}}$$

$$y \qquad p_e = \sum_{i=1}^{n} p_{i1} p_{i2} \qquad ,$$

donde p_{ij} *= probabilidad de ocurrencia del suceso i para el observador j.*

El cálculo de p_e se efectúa considerando que existe independencia entre los observadores o métodos de clasificación, y es la probabilidad de que ambos coincidan en su opinión, es decir, la suma de los productos de las probabilidades marginales de ambos observadores.

Si examinamos la siguiente tabla de información:

	A_1	A_2	A_3	...	An
A_1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	...	a_{1n}
A_2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	...	a_{2n}
...	...	...	...	...	...
A_n	a_{n1}	a_{n2}	a_{n3}	...	a_{nn}
	c_1	c_2	c_3	...	c_n

$$p_0 = \sum_{i=1}^{n} a_{ii} / n$$

$$p_e = \sum_{i=1}^{n} \frac{f_i}{n} \frac{c_i}{n} = \sum_i p_{i1} p_{i2}$$

Analicemos el rango de valores que toma K:

Si las probabilidades marginales son simétricas, es decir existe acuerdo completo, o sea $\sum_{i=1}^{n} a_{ii} = 1$, el valor de p_0 será 1, en cuyo caso el coeficiente K es igual a 1.

Si las calificaciones son independientes, entonces la concordancia esperada será igual a la observada, en cuyo caso K es igual a 0.

Si la proporción de acuerdo observada es menor a la esperada, K será negativo. Por lo tanto el rango de valores para K es:

$$\frac{-p_e}{1-p_e} \leq K \leq 1$$

Landis y Koch (1977) propusieron una escala de valoración del grado de coincidencia o acuerdo interobservador teniendo en cuenta el valor de K.

KAPPA	GRADO DE ACUERDO
Menor que 0	Sin acuerdo
0-0,2	Insignificante
0,2-0,4	Bajo
0,4-0,6	Moderado
0,6-0,8	Bueno
0,8-1	Muy bueno

En el caso de más de dos categorías de clasificación, además del índice de concordancia global, puede ser interesante determinar el grado de concordancia específico de alguna de las categorías, lo que equivale a convertir los resultados posibles en dos únicas respuestas. De esta forma se clasifica en la categoría de interés o en las restantes y para cada categoría se convierte la tabla original en una tabla de 2X2, calculando el coeficiente K como si se tratara de una variable dicotómica.

Coeficiente Kappa ponderado:

En el caso particular de que la variable de análisis tenga categorías que representen una clasificación nominal, el coeficiente Kappa descrito sólo tiene en consideración si hay o no acuerdo entre observadores y considera con el mismo peso situaciones que podrían resultar muy distintas. Por ejemplo, supongamos que dos observadores clasifican los defectos de un producto en: "muy grave", "grave", "leve" o "sin importancia". A la hora de analizar si hay o no acuerdo entre las opiniones, si uno de los observadores clasifica como "sin importancia" y el otro como "leve", se considera de igual forma que si uno clasifica como "muy grave" y el otro como "sin importancia".

El llamado coeficiente Kappa ponderado tiene en cuenta este acuerdo aproximado; para ello, a las celdas de acuerdo total (situadas en la diagonal principal de la tabla), se les asigna peso 0, mientras que a las celdas de los ángulos extremos de la tabla, máxima ponderación.

En general, la fórmula para hallar el coeficiente Kappa ponderado es:

$$K_p = 1 - \frac{\sum w_{ij} . p_{0ij}}{\sum w_{ij} . p_{eij}}$$

donde w_{ij} es el peso asignado a la celda ij, p_{0ij} la proporción observada de la posición ij y p_{eij} la proporción esperada de acuerdo, de la celda ij.

En principio, el peso otorgado a cada grado de discrepancia es arbitrario; sin embargo, lo más habitual es usar como esquema de ponderación los pesos cuadráticos (basados en el cuadrado de la discrepancia), donde $w_{ij} = (i - j)^2$, que hace que los elementos de la diagonal tengan peso cero y a medida que nos alejamos de la diagonal éstos aumenten el valor.

Ejemplo:

Supongamos que dos gerentes de Recursos Humanos provenientes de dos empresas que se fusionaron, entrevistan a 50 aspirantes y les efectúan una serie de tests y preguntas, a partir de las cuales clasifican al aspirante según cuatro categorías: A, B ,C o D. Estas categorías se establecieron de acuerdo con la puntuación que colocó cada profesional, teniendo en cuenta lo siguiente: edad del aspirante, número de materias aprobadas (si era estudiante), número de años desde que egresó de la facultad (si era egresado), número de años de experiencia laboral, rendimiento en la prueba de oposición y calificación en un examen general.

Sobre los 50 aspirantes se analizó el grado de concordancia de los gerentes de Recursos Humanos en la selección. Los valores de la tabla indican número de aspirantes calificados según cada categoría por ambos evaluadores:

Para hallar el coeficiente Kappa no ponderado, calculamos:

	A	B	C	D	
A	10	3	2	0	15
B	0	7	2	1	10
C	1	0	3	2	6
D	1	2	4	12	19
	12	12	11	15	50

Para hallar el coeficiente Kappa no ponderado, calculamos:

$$p_0 = \frac{\text{número de acuerdos}}{\text{número de acuerdos} + \text{número de desacuerdos}} =$$

$$= \frac{10+7+3+12}{50} = 0.64$$

$$p_e = \frac{15}{50}\frac{12}{50} + \frac{10}{50}\frac{12}{50} + \frac{6}{50}\frac{11}{50} + \frac{19}{50}\frac{15}{50} = 0.2604$$

$$K = \frac{0.64 - 0.2604}{1 - 0.2604} = 0.5132$$

Según la valoración del coeficiente, el grado de acuerdo debería clasificarse como moderado.

Para hallar el coeficiente Kappa ponderado, asignando valores de peso cuadráticos, la tabla con los valores observados y los pesos de cada celda es:

	A	B	C	D	
A	0 10	1 3	4 2	9 0	15
B	1 0	0 7	1 2	4 1	10
C	4 1	1 0	0 3	1 2	6
D	9 1	4 2	1 4	0 12	19
	12	12	11	15	50

$$\sum W_{ij}.p_{0ij} = 1\frac{3}{50} + 4\frac{2}{50} + 1\frac{2}{50} + 4\frac{1}{50} + 4\frac{1}{50} + 1\frac{2}{50} + 9\frac{1}{50} + 4\frac{2}{50} +$$

$$+1\frac{4}{50} = 0.88$$

Las proporciones esperadas de cada celda y los pesos se detallan en la siguiente tabla:

	A	B	C	D	
A	0 3.6	1 3.6	4 3.3	9 4.5	15
B	1 2.4	0 2.4	1 2.2	4 3	10
C	4 1.44	1 1.44	0 1.32	1 1.8	6
D	9 4.56	4 4.56	1 4.18	0 5.7	19
	12	12	11	15	50

$$\sum W_{ij}.p_{eij} = 1\frac{3.6}{50} + 4\frac{3.3}{50} + 9\frac{4.5}{50} + 1\frac{2.4}{50} + 1\frac{2.2}{50} + 4\frac{3}{50} + 4\frac{1.44}{50} + 1\frac{1.44}{50} +$$

$$+1\frac{1.8}{50} + 9\frac{4.56}{50} + 4\frac{4.56}{50} + 1\frac{4.18}{50} = 2.9272$$

$$K_p = 1 - \frac{\sum w_{ij}.p_{0ij}}{\sum w_{ij}.p_{eij}} = 1 - \frac{0.88}{2.9272} = 0.6993$$

Teniendo en cuenta los factores de ponderación, el grado de acuerdo debería considerarse “bueno”.

Consideraciones respecto del coeficiente Kappa:

La gran utilización del coeficiente de concordancia Kappa, sobre todo en problemas asociados a las ciencias médicas, se debe probablemente a la facilidad de cálculo, a la mejora que supone con respecto al porcentaje de concordancia observado y a su clara interpretación. Sin embargo, tiene algunos problemas y limitaciones.

El principal problema de esta medida de concordancia radica en que está pensada para clasificaciones nominales, en las que no existe un orden de graduación entre diferentes categorías; por lo tanto, valora igual una discrepancia severa que una discrepancia despreciable. Además, cuanto mayor es el número de categorías, menor es la probabilidad de obtener concordancia exacta. En consecuencia, el coeficiente Kappa depende sensiblemente del número de categorías, ya que disminuye conforme aumenta el mismo. Por ello, cuando haya más de dos categorías puede ser conveniente comparar cada una de ellas (concordancia específica) con la unión de las demás.

El coeficiente Kappa ponderado, si bien resuelve en principio el problema del acuerdo exacto, plantea un nuevo problema: el de la elección de los pesos. Si éstos se eligen arbitrariamente, se dificulta la comparación; si, por el contrario, la ponderación se hace por pesos cuadráticos, entonces el Kappa es menos sensible a los cambios en el número de categorías y tiende a aumentar, más que a disminuir, si se agregan más categorías.

BIBIOGRAFÍA

-FLEISS, Joseph L.: Métodos Estadísticos para razones y proporciones, Nueva York, Ed.
John Wiley, 1981.

-FISHER, R. A.: Métodos Estadísticos para investigadores, Nueva York, Hafner, 1958.
-SNEDECOR, G.W., COCHRAN, W.G.: Métodos estadísticos, Iowa, The Iowa State University Press, 1980.

-BLAND, J.M., ALTMAN, D.G.: Medidas de error y coeficientes de correlación, BMJ, 1996, 313: 41-42.

PREDICCIONES MACROECONÓMICAS

(REFERENCIA DE MODELOS)

Por el Dr. Alfredo Eduardo Villafañe(*)

(*) (Profesor Titular Consulto de Macroeconomía y de Fluctuaciones Económicas en la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad de Morón.

La modelación de la realidad macroeconómica ha seguido innumerables avances teóricos. La mayoría de estos avances surgieron como una respuesta a las fluctuaciones de la economía, las cuales eran debilmente explicadas por el modelo IS-LM.

En sus inicios, las modificaciones teóricas eran poco usadas por la práctica económica real. Sin embargo, esa brecha se fue cerrando, toda vez que los actuales modelos macroeconómicos pueden explicar, de manera bastante cercana, los cambios que se dan en la economía y su efecto en los agentes, sean éstos consumidores o empresarios.

La complejidad de los modelos de predicción evolucionó en aumento. Antes de la famosa crítica de Lucas, la dinámica económica de los países se predecía en grandes modelos de regresión, usando muchas variables simultáneas. Pero estos grandes modelos se caracterizaban por su rigidez; es decir, sus predicciones consideraban constantes las expectativas de los agentes: simplemente la modelación no incluía la dinámica del comportamiento del consumidor o de las empresas. Estos macromodelos, además, tenían implícita una serie de fallas estadísticas que, al corregirse, generaban vacíos de información.

Un modelo de predicción del PBI podía hacerse estimando el crecimiento de la inversión, del gasto de gobierno o de las exportaciones; sin embargo, las relaciones entre estas variables no son de dependencia, generalmente son simultáneas. Ante ello, los modelistas de entonces suprimían variables o usaban variables aproximadas. Por ejemplo, en el siguiente modelo se presentan las relaciones de simultaneidad que hacen que la modelación estadística de regresión sea errónea:

$$PBI = F(C, I, G, XN)$$

$$I = F(PBI, C, G)$$

En este caso, debido a la relación entre inversión y consumo- ya que una expansión del consumo puede incentivar la inversión de las empresas – la base estadística requería suprimir o cambiar la variable consumo en la predicción del PBI.

Estos modelos podían contener una enorme cantidad de variables. Sin embargo, una vez determinado el grado de impacto del consumo en el PBI, por ejemplo, se asumía que este impacto podía durar años o, simplemente, mantenerse constante, lo que suponía un comportamiento constante de los agentes. Así, un modelo podía ser especificado del siguiente modo:

$$PBI = a.C + b.I + c.G + d.XN + error$$

En este caso, el parámetro a se mantenía constante o se suponía sin cambio para las pedicciones. La realidad, sin embargo, escapaba a las predicciones. Los modelos de entonces no pudieron avizorar las crísis económicas y, asimismo, *no reflejaban la dinámica de los ciclos económicos.* Se requería, entonces, una nueva forma de aproximarnos a la realidad. Esto fue propuesto por Robert Lucas, quien incorporó la expectativa de los agentes en la modelación, surgiendo los actuales modelos de predicción, que se sustentan en las decisiones de los agentes.

Siguiendo a Araya y Orozco (BCCR 1996), podemos decir que los modelos de predicción previos a los planteamientos de Lucas, se basaban en el pasado para predecir el futuro, considerando que ese pasado se podía replicar. Para Lucas, *los agentes optimizan de manera racional y son ellos quienes definen, de este modo, el comportamiento de las variables agregadas; es decir que su conducta racional puede cambiar y ajustar los modelos, para lo cual los agentes requieren del uso de información.* Estas corrientes definen la actual predicción de las variables macroeconómicas, sobre todo cuando las economías son inestables y pequeñas, ya que en este caso los "shocks" de tipo nominal o real sí pueden tener efectos reales, debido a que pueden cambiar la estructura económica a mediano plazo o pueden usar las desigualdades de información para incentivar la economía.

Los modelos de predicción actuales incorporan lo que se denomina la *estabilidad de las series*, que significa que una variable cualquiera puede tener un comportamiento que involucra una parte errática y una parte estable. La serie es estable cuando cualquier efecto o impacto sobre ella se diluye en un período determinado; y es inestable cuando incorpora los efectos y no muestra reducción de los mismos, lo que se denomina *no convergencia.*

Si al modelar encontramos relación entre las partes estables de las variables, podemos decir que una variable es explicada por la otra y, además, predecible. Por ejemplo:

$$C = Cv + Cp$$

$$Y = Yv + Yp$$

$$Cp = F(Yp)$$

En este caso, el consumo C puede ser variable o permanente, Cv o Cp, respectivamente. De igual modo se analiza el ingreso , con una parte variable y otra permanente. Si la parte permanente es estable (que supone un comportamiento con promedio estadístico de cero), entonces puede ser usadapara un modelo de predicción. Este modelo puede ser *la relación entre consumo permanente con ingreso permanente*, si esta relación es efectiva, lo cual se comprueba por medio de un *"test de exogeneidad"*, o sea, se mide si la variable puede ser influenciada por la otra o no, lo que puede complementarse con un *"test de causalidad"* .

Si el modelo de consumo relacionado con el ingreso permanente es explicativo, medido por R2, entonces *hemos encontrado la variable de* *predicción* y es posible estimar su impacto con modelos de regresión medianamente complejos, que se denominan *vectores autoregresivos VAR*.

Veamos un modelo simple de predicción: se dice comunmente que la inflación y el tipo de cambio son variables relacionadas. Por ejemplo, el modelo de equilibrio de capitales sostiene:

$$i = i^* + d \qquad (1)$$

donde i es la tasa de interés local e i* es la tasa internacional de interés; d representa la depreciación cambiaria.

Si nosotros introducimos en el modelo (1) el tipo de interés real:

$$ir = i - p \qquad (2)$$

donde p es la tasa de inflación, y reemplazamos el modelo (1) en el modelo (2), tenemos:

$$ir = i^* + d - p \qquad (3)$$
$$p = (i^* - ir) + d \qquad (4)$$

El modelo resultante (4) nos indica que *los precios internos son resultado de los cambios en el diferencial internacional y local de las tasas de interés* y, además, de la depreciación cambiaria. Al probar parcialmente el modelo, es decir, sólo la relación inflación y tipo de cambio, *este efecto denominado "pass through" es parcial*, toda vez que existen diversas formas de impacto del tipo de cambio en los precios; por ejemplo, vía la deuda de los agentes (en dólares), el grado de apertura económica, la situación recesiva o expansiva de la economía, entre otras variables.

A partir de estos desarrollos, se ingresa en el campo de la dinámica económica: se comienza a desarrollar el análisis de las expectativas *de los agentes*. Muth establece que las expectativas son racionales en la medida en que se basan en la información existente en la economía . Además de ello , las expectativas son racionales porque se centran en las decisiones de optimización de *los agentes y las empresas*. Esta optimización debía darse en el futuro, del mismo modo en que los agentes deciden en el presente.

BIBIOGRAFÍA

Lucas: *Theory about of business cycle measurement*, Quarterly Review, Federal Reserv of Minneapolis, Vol. 10, 1986.

Mankiw: *Principios de Macroeconomía*, McGraw-Hill, 1998.

Mankiw: *Macroeconomía*, Bosch, 2001.

Mankiw: *A quick refrescher course in macroeconomics*, Journal of Economic Literatura, Vol. XXVII, No. 4.

Araya Monge, Rigoberto; Orozco Coto, Norman: *Evaluación del uso de la econometría en el análisis económico: la crítica de Lucas*, Banco Central C.R., 1996.

Muth, John F.: *Racional Expectations and Theory of Price Movements* (Abstract), Econométrica, 28: 704.v

La física, la química, la fisiología, la psicología, la economía y las demás ciencias recurren a la matemática, empleándola como herramienta para realizar la más precisa reconstrucción de las complejas relaciones que se encuentran entre los hechos y entre los diversos aspectos de los hechos; dichas ciencias no identifican las formas ideales con los objetos concretos, sino que interpretan las primeras en términos de hechos y de experiencias (o, lo que es equivalente, formaliza enunciados fácticos).

Mario Bunge

INDICADORES ECONÓMICOS Y
MÉTODOS DE ECONOMETRÍA

Por el Lic. Jorge N. Pertica(*)

(*) Profesor Titular Extraordinario de Microeconomía y del Seminario de Problemas Económicos y Director del Instituto de Investigaciones Económicas (Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad de Morón).

La idea de realizar esta recopilación de una temática tan compleja, surge de la inquietud por contribuir, tanto a mis actividades en el Instituto de Investigaciones Económicas, como con los colegas y colaboradores que se aprestan a realizar una importante cantidad de Proyectos bajo el auspicio de la UM y nuestra Facultad.

En primer lugar, recordemos que hay numerosos antecedentes, como *Aritmética Política de Petty o Teoría Matemática de la Riqueza* de Cournot, e innumerables ejemplos que incluyen la inferencia estadística, para explicar cuestiones económicas.

Como disciplina con identidad propia, la econometría funciona desde 1930 con la fundación de la Econometric Society, donde una treintena de economistas, entre ellos personajes destacados como Charles Roos, Irving Fisher y Ragnar Frisch, dan a conocer un estatuto que dice "Sociedad Internacional para el progreso de la Teoría Económica en su vinculación con la Estadística y la Matemática. Su objetivo esencial es favorecer los puntos de vista teórico y empírico en la exploración de los problemas económicos, que están inspirados en un estudio metódico y riguroso, semejante al que ha prevalecido en las ciencias naturales".

Como dijimos, a principios del siglo XX, se planteó la cuestión de si el camino seguido por las ciencias naturales podía aplicarse a las disciplinas que involucran el comportamiento de los grupos humanos. Hoy podemos decir que se han realizado importantes avances para crear en la Economía, la Sociología, la Psicología y otras disciplinas humanas, caminos metodológicos similares a los galileanos. Por supuesto que el acercamiento en el método no significa identidad total de procedimientos.

En la actualidad, este programa ha conquistado un lugar relevante en la investigación económica. Para una mejor explicación veamos algunas semejanzas y diferencias en la aplicación del método científico en ambos campos del saber:

a) Los experimentos, habitualmente de laboratorio, tan comunes en las Ciencias Naturales, pueden ser repetidos a voluntad; en cambio, en las disciplinas humanísticas, en especial en Economía, generalmente no es factible, debiendo ser reemplazados por observaciones de los hechos que presenta el devenir social.

b) La relación causa-efecto, que suele cumplirse rigurosamente en las experimentaciones de las Ciencias Naturales, no es de esperar que se cumpla en la observación de los hechos sociales individuales. Por ejemplo en los económicos, en donde el comportamiento individual puede ser aleatorio y sólo en promedio aparece la regularidad.

c) De manera que las leyes económicas no tienen vigencia estricta para los individuos, son leyes promedio, válidas para una gran masa. Corresponde al análisis estadístico investigar esta regularidad promedio con aproximación científica aceptable.

d) Solamente con el perfeccionamiento de la inferencia estadística ha sido posible crear las técnicas que, con rigor científico, explican leyes que responden a los enunciados de párrafos anteriores.

Con estos elementos podemos describir el rol de la Econometría en la Investigación Económica:

1) En primer lugar, aplica, para obtener su material de información, los métodos de la Estadística Descriptiva.
2) La elaboración de la información se hace por medio de la Estadística Matemática.
3) Los trabajos se caracterizan en modelos y éstos constituyen la herramienta básica.

En un modelo econométrico se fusionan dos elementos: por un lado, los modelos teóricos propios de la teoría económica, con parámetros indeterminados, y por otro, los datos empíricos que resultan de la observación de los hechos.

Nótese que el esquema teórico-empírico es una adaptación del método científico galileano a la economía, que aunque no es aplicable al universo de situaciones, ha llevado a resultados de gran perfección metodológica e incuestionable eficacia, con capítulos modernos como los de Programación, Predicción Económica, Racionalización y Optimización de las Organizaciones Empresarias y otros.

El grado de aproximación entre ambos sistemas de valores: los teóricos y los empíricos, medirá el grado de eficiencia del modelo econométrico.

Los Modelos explican relaciones entre variables, en este caso económicas, y se constituyen con fórmulas, ecuaciones, sistemas de ecuaciones, ya sean algebraicas, diferenciales, con matrices, con vectores, etc., que esquematizan la estructura económica sujeta a estudio. Figuran, además de las relaciones entre variables, parámetros o números en forma de coeficientes, exponentes, etc.

Dada su importancia en el tema, resumo algunas consideraciones con respecto a las variables del modelo, que se clasifican en Endógenas, Exógenas y Aleatorias.

Las variables Endógenas son explicadas mediante el modelo y desempeñan un papel semejante al de las variables dependientes en los sistemas algebraicos.

Las variables Exógenas o explicativas actúan sobre las endógenas, pero no son influenciadas por éstas; es decir que no son determinadas por el modelo, sino que sus valores vienen establecidos de antemano.

Las variables Aleatorias o Estocásticas figuran en las ecuaciones del modelo, como saldo o complemento que ha de agregarse a la parte sistemática, para que satisfagan las relaciones entre las variables en la confrontación del modelo teórico con la constatación estadística del comportamiento de los hechos, razón por la cual se debe determinar su distribución probabilística.

Los modelos econométricos, al integrarse habitualmente con este tipo de variables, son típicamente Estocásticos, lo que permite una aproximación mas ajustada a la realidad.

Asume importancia especial el momento al que se refieren las variables. Si las variables Endógenas se refieren a un mismo momento, se tienen modelos estáticos, que sirven para el estudio de situaciones de equilibrio; y si, explícitamente, se incluye la variable tiempo, diremos que el modelo es dinámico.

Cuando en un modelo se utilizan variables referidas al momento t-1, t-2, etc., se dice que la variable esta Desfasada en 1, 2, etc. períodos, lo que nos permite explicar otra clasificación conocida por: variables Predeterminadas cuando son Exógenas desfasadas y sin desfasar y Endógenas desfasadas; y variables Dependientes, cuando son endógenas sin desfasar.

Finalmente, en los modelos de Programación o Política Económica, donde se utilizan variables Objetivos para representar el programa de acción, que no son controlables directamente, y variables Instrumentos, que si se hallan bajo control y sirven para lograr el objetivo mediante oportunas regulaciones.

Culmino esta presentación de una temática tan amplia, recordando que un modelo es una visión restringida de la realidad y, por lo tanto, se seleccionan las variables que se consideran mas significativas y de ello se deriva el algoritmo matemático a usar.

El criterio para decidir sobre estos puntos debe buscarse en la teoría económica y adaptarlos a los fines que se persigan. Por ejemplo, según la precisión requerida, puede ser adecuado un modelo lineal; pero si se desea un mayor afinamiento puede ser necesario un modelo cuadrático o de otro orden, apoyados por diversos test; por ejemplo de significación, determinación de intervalos de confianza, etc.

Finalmente, los modelos pueden ser sometidos al procedimiento de "verificación expost ", en especial aquellos destinados a la predicción, decisión y planificación, mediante la comparación de los resultados con una realidad experimentada o simulada.

PARA RECORDAR:

TAXONOMÍA DE LOS OBJETIVOS DE LA EDUCACIÓN, DE BLOOM

1.- CONOCIMIENTO	Capacidad de recordar hechos específicos y universales, métodos y procesos o un marco de referencia. Proceso psicológico de evocación.
2.- COMPRENSIÓN	El individuo sabe qué se le está comunicando y hace uso de los materiales o ideas que se le transmiten, sin tener que relacionarlos necesariamente con otros.
3.- APLICACIÓN	Es el uso de abstracciones en situaciones particulares y concretas. Pueden presentarse en forma de ideas generales, reglas de procedimiento o métodos generalizados, también principios, ideas y teorías.
4.- ANÁLISIS	Es el fraccionamiento de una comunicación en sus elementos constitutivos, de modo que aparezcan claramente la jerarquía relativa de las ideas y la relación existente entre éstas.
5.- SÍNTESIS	Es la reunión de los elementos y las partes para formar un todo.
6.- EVALUACIÓN	Formulación de juicios sobre el valor de materiales y métodos, de acuerdo con determinados propósitos. Incluye los juicios cuantitativos y cualitativos respecto de la medida en que los materiales o los métodos satisfacen determinados criterios.

REGRESIÓN POR MÍNIMOS CUADRADOS CON SOLVER

Por el Lic. Gerardo D. Roozen (*)

(*) Jefe de Trabajos Prácticos de Investigación Operativa y Docente Autorizado de Econometría, en la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad de Morón.

El siguiente artículo trata sobre cómo utilizar Excel, o más precisamente el Solver de Excel, para realizar regresiones por mínimos cuadrados. Si bien Excel tiene incorporada una función para realizar regresiones lineales por el método de mínimos cuadrados (ESTIMACIóN LINEAL o ESTIMACIóN LOGARíTMICA), la ventaja que tiene la utilización de Solver es que la regresión no es tan rígida, permitiendo ajustar por mínimos cuadrados cualquier tipo de curva. El ejemplo que se muestra a continuación es una ecuación del tipo,

$$Y = \omega * K^{\alpha} * L^{\beta} \quad ,$$

que puede adaptarse a otras formas funcionales muy facilmente. Para ello, primero se prepara la planilla de Excel con los datos de la regresión (valores de X y de Y), de la siguiente forma:

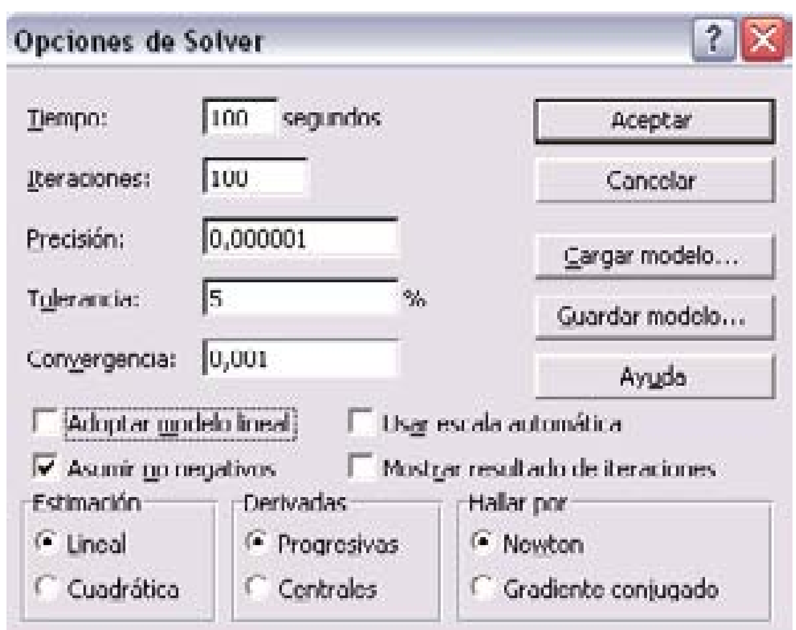
	A	B	C	D	E	F
1	ω	α	β			
2	0	0	0			
3						
4	K	L	Y	Y estimado	error	error^2
5	3	5	3	0	-3	9
6	4	7	5	0	-5	25
7	5	8	6	0	-6	36
8	7	11	8	0	-8	64
9					suma e^2	134
10						

Las celdas A1, B1 y C1 son las celdas donde Solver va a colocar los coeficientes hallados, y las celdas D5, D6, D7 y D8 van a alojar la forma funcional de la regresión; en este caso, para la celda D5 será:

=A2*A5^B2*B5^C2

El siguiente paso es llamar al Solver, armándolo de la siguiente manera:

con las siguientes opciones:



Una vez resuelto queda:

	A	B	C	D	E	F
1	ϖ	α	β			
2	0,7738631	0,45763934	0,60554715			
3						
4	K	L	Y	Y estimado	error	error^2
5	3	5	3	3,39057132	0,39057132	0,15254596
6	4	7	5	4,74173392	-0,25826608	0,06670137
7	5	8	6	5,69382183	-0,30617817	0,09374507
8	7	11	8	8,05427799	0,05427799	0,0029461
9					suma e^2	0,3159005

siendo la solución de mínimos cuadrados buscada:

$$Y = 0.77 * K^{0.45} * L^{0.60}$$

Queda claro que lo hallado, si bien es la solución del problema de mínimos cuadrados propuesto, no es solución a la función de Cobb Duglas, dado que esta última tiene como restricciones que v = 0 y (a + b) = 1. Acá también el Solver nos es útil, sólo basta agregar en la celda D2 la fórmula

$$= B2 + C2$$

y un par de restricciones, y se está en condiciones de calcular la ecuación de Cobb Duglas. El Solver se arma de la misma manera y se agregan las siguientes restricciones:

Se obtiene:

	A	B	C	D	E	F
1	**ω**	**α**	**β**			
2	**1**	**0,68628571**	**0,31371429**	1		
3						
4	K	L	Y	Y estimado	error	error^2
5	3	5	3	3,52142447	0,52142447	0,27188348
6	4	7	5	4,76765148	-0,23234852	0,05398583
7	5	8	6	5,79435848	-0,20564152	0,04228843
8	7	11	8	8,06637626	0,06637626	0,00440581
9					suma e^2	0,37256356
10						

Ahora si, la solución hallada es solución a la ecuación Cobb Duglas:

$$Y = K^{0.69} * L^{0.31}$$

Como vemos, el Solver es una excelente herramienta, que se adapta muy bien para resolver muchas de nuestras necesidades profesionales.

PLANEAMIENTO FINANCIERO DE UNA EMPRESA

POR PROGRAMACIÓN META

Por el Ing. Luinor E. Vilches(*)

(*) Profesor Titular Extraordinario de Investigación Operativa y Director del Instituto de Investigaciones de Matemática Aplicada (Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad de Morón).

Este problema fue estudiado originalmente por Veikko Jasskelainen y Sang M. Lee y publicado por este último[1]. También se trató como ejemplo de aplicación en un trabajo de investigación realizado por el autor y colaboradores [2].

Se trata de realizar el planeamiento financiero de una empresa para un horizonte temporal de n de años, de modo que se alcancen determinadas metas, como pueden ser las siguientes, en orden decreciente de prioridad:

Meta 1: Efectuar cada año, prioritariamente, el pago de dividendos a los accionistas por el 40% de las ganancias netas de ese año.

Meta 2: Obtener, cada año, un aumento de la ganancia neta no menor al 10% de la ganancia del año anterior.

Meta 3: Lograr, cada año, un determinado saldo final de caja.

Se supone que la empresa se ocupa del transporte de bebidas envasadas con camiones adaptados especialmente. Los ingresos por ventas, deducidos los costos directos de operación, equivalen a un porcentaje determinado del valor de adquisición de los vehículos.

Suponiendo que no se pueden disminuir los costos operativos, las ganancias sólo pueden aumentarse incrementando la inversión en equipos, que se puede materializar por medio de tres fuentes de fondos :

a) Las reservas de depreciación y de impuestos sobre las ventas.
b) Créditos para la compra de nuevos equipos.
c) La emisión de nuevas acciones.

Se estima que las reservas de depreciación y los impuestos sobre las ventas no serán suficientes, por lo que será necesario recurrir a las otras dos fuentes.

Los créditos para la compra de nuevos equipos se pueden obtener por hasta el 80% del valor de la inversión, amortizables en 10 años. Pero se fija que el valor total de los créditos que se comprometan no superen, en todo momento, un monto igual al doble del valor del activo. Entonces, para aumentar el monto de los créditos es necesario incrementar el valor del activo reteniendo ganancias, originándose una incompatibilidad con el pago de dividendos.

La eventual emisión de acciones se desea reservar para el cuarto año del horizonte temporal planificado, por un valor no mayor del 30% de la diferencia entre el valor del activo al comienzo de ese año y el valor de las acciones restantes de emisiones anteriores.

El planeamiento financiero a realizar comprenderá la determinación, para cada año del horizonte en planificación, de los siguientes valores:

1. Equipos disponibles.
2. Ganancias antes de impuesto.
3. Depreciación.
4. Liquidez.
5. Intereses a pagar.
6. Relación de los créditos para adquirir nuevos equipos con las inversiones a realizar.
7. Relación de los créditos para adquirir nuevos equipos con la estructura de capital.
8. Valor del activo.
9. Dividendos mínimos.
10. Aumento de las ganancias.
11. Eventual emisión de acciones en el cuarto año.

IDENTIFICACIÓN DE LAS VARIABLES Y PARÁMETROS

Para formular el correspondiente modelo de programación meta se definen las siguientes variables y parámetros:

Variables de decisión, en millones de pesos:

x_{1i}: valor total de adquisición de las unidades disponibles en el período i.
x_{2i}: inversión en nuevos equipos en el período i.
x_{3i}: depreciación anual de los equipos en el período i.
x_{4i}: pago de intereses anuales de todos los préstamos pendientes en el año i.
x_{5i}: ganancias antes del impuesto sobre las ventas, en el año i.
x_{6i}: importe de los créditos para la compra de nuevos equipos, a tomar en el año i.
x_{7i}: dividendos anuales a pagar en el año i, establecidos con la más alta prioridad.
x_{8i}: valor del activo en el año i.
x_9: valor de las acciones a emitir, eventualmente, en el cuarto año.

Variables de desviación:

n_{1i} y p_{1i} : variables de desviación por defecto y en exceso, respectivamente, de la meta 1: dividendos en cada año i, del 40% de las ganancias netas de ese año.
n2i y p2i : variables de desviación por defecto y en exceso de la meta 2: aumento de ganancias (ganancias de cada año, como mínimo 110% de las ganancias del año anterior).

n_{3i} y p_{3i}: variables de desviación por defecto y en exceso de la meta 3: saldo final de caja establecido para cada año.

Parámetros en tanto por ciento:

a_1: Ingresos por ventas anuales (deducidos los costos directos variables de operación), como un porcentaje del valor de adquisición de la flota de camiones.
a_2: Porcentaje de depreciación anual de los nuevos equipos.
a_3: Porcentaje del capital de la nueva deuda subordinada (acciones emitidas), que se prevé rescatar anualmente.
a_4: Porcentaje del capital del crédito para la compra de nuevos equipos, que se deberá amortizar anualmente.
a_5: Tasa de interés del crédito para nuevos equipos
a_6: Porcentaje de las nuevas inversiones en equipos, sobre las que se puede obtener créditos.

Parámetros en millones de pesos:

b_1: Valor de adquisición de la flota disponible al comienzo del horizonte temporal de planeamiento.
b_{2i}: Costos fijos, gastos generales y gastos administrativos a pagar en el año i (que se supone se pagan al contado).
b_{3i}: Depreciación en cada año i de la flota existente al comienzo del análisis.
b_{4i}: Saldo final de caja deseado para cada periodo i.
b_{5i}: Importe del pago en cada año i, por intereses de todos los créditos existentes al comienzo del análisis.
b_{6i}: Saldo en cada año i de la deuda subordinada existente al comienzo del horizonte temporal de planeamiento.
b_{7i}: Saldo remanente en cada año i, del crédito para compra de equipos obtenido antes del comienzo del análisis.
b_8: Valor del activo al comienzo del horizonte de planeamiento.
b_{9i}: Meta de dividendos mínimos en cada año i.
b_{10}: Meta de ganancias en el primer año del análisis, igual al 110% de las ganancias del año anterior.
b_{11}: Saldo inicial de caja en el primer período.
b_{12i}: Amortización, en cada período i, de los créditos pendientes al comienzo del análisis.

DEFINICIÓN DE LA FUNCIÓN OBJETIVO

Sobre la base de las variables de desviación de las metas y el orden de prioridad establecido, se define la función objetivo para resolver el problema como uno de programación meta ponderada:

$$\min z = P_1 \sum_{i=1}^{n} n_{1i} + P_2 \sum_{i=1}^{n} n_{2i} + P_3 \sum_{i=1}^{n} n_{3i}$$

Los coeficientes P_1, P_2 y P_3 ponderan los distintos objetivos, para los que se adoptan los siguientes valores:

$$P_1 = 50 \quad : \quad P_2 = 10 \quad ; \quad P_3 = 1$$

La función objetivo queda, entonces:

$$\min z = 50 \sum_{i=1}^{n} n_{1i} + 10 \sum_{i=1}^{n} n_{2i} + \sum_{n=1}^{i} n_{3i}$$

DEFINICIÓN DE LAS RESTRICCIONES

1) Equipos disponibles:

Al comienzo del horizonte temporal de planeamiento hay una existencia de camiones de valor b_1. También en el comienzo del período 1 se adquieren equipos por un valor x_{21}, por lo que los camiones disponibles para la venta de servicios durante ese período serán:

$$x_{11} = b_1 + x_{21}$$

Al comienzo del período 2 se adquirirían equipos por valor de x_{22}, incrementándose el valor total a:

$$x_{12} = b_1 + x_{21} + x_{22}$$

Generalizando esta expresión:

$$x_{1i} = b_1 + \sum_{j=1}^{i} x_{2j}$$

La restricción se expresa:

$$x_{1i} - \sum_{j=1}^{i} x_{2j} = b_1 \qquad (i = 1,2,\ldots,n) \qquad (1)$$

2) Ganancias antes de impuestos:

El ingreso por ventas se determina como un porcentaje a_1 del valor del equipo disponible. Así, para el primer período es $a_1 \cdot x_{11}$. Para el mismo período los costos fijos, gastos generales y gastos administrativos son b_{21}, las depreciaciones x_{31}, los pagos de intereses de los préstamos anteriores pendientes son x41 y las ganancias antes de impuestos, x51. El importe de estas ganancias será igual a los ingresos por ventas menos todos los gastos mencionados.

$$x_{51} = a_1 \,.\, x_{11} - b_{21} - x_{31} - x_{41}$$

Es decir:

$$a_1 \,.\, x_{11} - x_{31} - x_{41} - x_{51} = b_{21}$$

En forma genérica:

$$a_1 \,.\, x_{1i} - x_{3i} - x_{4i} - x_{5i} = b_{2i} \qquad (i = 1,2,...,n) \qquad (2)$$

3) Depreciación:

La depreciación anual de los equipos para el final del primer período, x_{31}, es igual a la suma de la depreciación de los equipos viejos, b_{31}, más la depreciación de los equipos adquiridos durante el período por un valor x_{21}, con el porcentaje a_2:

$$x_{31} = b_{31} + a_2 \,.\, x_{21}$$

Para el segundo período, la depreciación anual será igual a la suma de la depreciación de los equipos viejos, b_{32} , más la depreciación de los equipos adquiridos durante los períodos 1 y 2:

$$x_{32} = b_{32} + a_2 \,(x_{21} + x_{22})$$

En forma genérica:

$$x_{3i} = b_{3i} + a_2 \sum_{j=1}^{i} x_{2j}$$

De modo que la restricción se expresa:

$$x_{3i} - a_2 \sum_{j=1}^{i} x_{2j} = b_{3i} \qquad (i = 1,2,...,n) \qquad (3)$$

4) Liquidez:

La liquidez se puede expresar por medio del saldo de caja al finalizar cada año. En el primer período:

b_{41} = saldo inicial b_{11} + ingresos acumulados durante el año - pagos efectuados durante el año + $n_{31} - p_{31}$,
donde n_{31} y p_{31} son las posibles desviaciones por defecto y en exceso, respectivamente.

Los ingresos acumulados hasta el final del año 1 son:

1.- los ingresos por ventas menos los costos directos variables $a_1 . x_{11}$
2.- los préstamos para la compra de nuevos equipos, x_{61}

Y los pagos realizados hasta el final de ese año:

1.- los dividendos x_{71}.
2.- los impuestos sobre las ganancias, que se estiman en el 35% de las ganancias antes de impuestos x_{51}, o sea $0,35 . x_{51}$
3.- las inversiones en nuevos equipos x_{21} .
4.- los intereses anuales de todos los créditos pendientes, x_{41}
5.- la amortización de los créditos pendientes desde el comienzo del análisis, b_{121}
6.- los costos fijos, gastos generales y gastos administrativos hasta ese año, b_{21}

El saldo final, entonces, será:

Saldo final b_{41} = saldo inicial b_{11} + ingresos por ventas $a_1 . x_{11}$ + préstamos x_{61} - [(dividendos x_{71} + impuestos, $0,35 . x_{51}$ + inversiones x_{21} + intereses anuales x_{41} + amortizaciones b_{121} + costos fijos, etc. b_{21}] + $n_{31} - p_{31}$

Saldo final $b_{41} = b_{11} + a_1 . x_{11} + x_{61} - [x_{71} + 0,35 . x_{51} + x_{21} + x_{41} + b_{121} + b_{21}] + n_{31} - p_{31}$

De allí : $a_1 .x_{11} - x_{21} - x_{41} - 0,35 . x_{51} + x_{61} - x_{71} + n_{31} - p_{31} = b_{41} + b_{21} + b_{121} - b_{11}$

Para el segundo año, acumulando todos los ingresos y egresos de los dos primeros años, se tiene:

$b_{42} = b_{11} + a_1 . x_{11} + a_1 . x_{12} + x_{61} + x_{62} - [x_{71} + x_{72} + 0,35 . x_{51} + 0,35 . x_{52} + x_{21} + x_{22} + x_{41} + x_{42} + b_{121} + b_{122} + b_{21} + b_{22}] + n_{32} - p_{32}$

En forma genérica:

$$a_1\sum_{j=1}^{i} x_{1j} - \sum_{j=1}^{i} x_{2j} - \sum_{j=1}^{i} x_{4j} - 0,35\sum_{j=1}^{i} x_{5j} + \sum_{j=1}^{i} x_{6j} - \sum_{j=1}^{i} x_{7j} + n_{3i} - p_{3i} = b_{4i} + \sum_{j=1}^{i} b_{2j} + \sum_{j=1}^{i} b_{12j} - b_1$$

$$(i = 1,2,...,5) \qquad (4)$$

5) Intereses a pagar:

El monto total de intereses a pagar en el primer período, x_{41} ,será igual a la suma de los intereses de los préstamos anteriores, b_{51} , más los intereses de los préstamos tomados en el período, x_{61}, ambos con la tasa a_5. Se supone que los créditos para compra de equipos se toman al comienzo de cada año.

$$x_{41} = b_{51} + a_5 \,.\, x_{61}$$

El total de intereses a pagar en el segundo año, x_{42}, será igual a la suma de los intereses de préstamos anteriores b_{52}, + los intereses del total de los préstamos tomados en los períodos 1 y 2, x_{61} + x_{62}, menos los intereses de la parte ya amortizada de estos últimos, o sea a_5 . a_4 . x_{61}:

$$x_{42} = b_{52} + a_5\,(x_{61} + x_{62}) - a_5 \,.\, a_4 \,.\, x_{61}$$

En el tercer período

$$x_{43} = b_{53} + a_5\,(x_{61} + x_{62} + x_{63}) - a_5 \,.\, a_4\,(2 \,.\, x_{61} + x_{62})$$

En forma genérica:

$$x_{4i} = b_{5i} + a_5.\sum_{j=1}^{i} x_{6j} - a_5.a_4\left[(i-1).x_{61} + (i-2).x_{62} + ... + x_{6,i-1}\right]$$

De aquí:

$$x_{4i} - a_5.\sum_{j=1}^{i} x_{6j} + a_5.a_4\left[(i-1).x_{61} + (i-2).x_{62} + ... + x_{6,i-1}\right] = b_{5i} \qquad (i = 1,.2,..,5) \qquad (5)$$

6) Relación de los créditos para adquirir nuevos equipos con las inversiones a realizar:

Los créditos para adquirir nuevos equipos cubren una fracción a_6 de la inversión a realizar, x_{2i}. Si dichos créditos no se utilizan totalmente en un año determinado, se supone que la cantidad no utilizada no se puede usar en los años subsiguientes:

$$x_{6i} \leq a_6.x_{2i}$$

La restricción es:

$$x_{6i} - a_6.x_{2i} \leq 0 \qquad (i = 1,2,...,5) \qquad (6)$$

7) Relación de los créditos para adquirir nuevos equipos con la estructura de capital:

En cada período, la cantidad total de los créditos no debe exceder un límite igual al doble del valor del activo, x_{8i}. En el primer año, el total de los créditos es igual a la suma del saldo de los créditos anteriores al horizonte temporal en análisis, b_{71}, más los créditos obtenidos en ese año, x_{61}:

$$b_{71} + x_{61} \leq 2x_{81}$$

En el segundo año, el total de los créditos es igual a la suma del saldo de los créditos obtenidos antes del horizonte analizado, b_{72}, más el saldo de los créditos del primer año, $x_{61} - a_4 . x_{61}$, más los créditos obtenidos en el año, x_{62}:

$$b_{72} + x_{61} - a_4 . x_{61} + x_{62} \leq 2x_{82}$$

En el tercer año, ese total es igual a la suma del saldo de los créditos obtenidos antes del horizonte en análisis, b_{73}, más el saldo de los créditos del primer año, x_{61}-$2a_4.x_{61}$, más el saldo de los créditos del segundo año, x_{62}-$a_4.x_{62}$, más los créditos obtenidos en el año, x_{63}:

$$b_{73} + x_{61} - 2a_4.x_{61} + x_{62} - a_4.x_{62} + x_{63} \leq 2x_{83}$$

De donde, en forma genérica:

$$a_4[(i-1).x_{61} + (i-2).x_{62} + ... + x_{6,i-1}] - \sum_{j=1}^{i} x_{6j} + 2x_{8i} \geq b_{7i} \quad ; \qquad (i=1, 2, 3) \qquad (7)$$

A partir del año 4, el activo se incrementa con la eventual emisión de acciones, x_9, menos el rescate anual de las mismas, (i-4).$a_3.x_9$, de modo que la desigualdad anterior pasa a ser:

$$a_4[(i-1).x_{61} + (i-2).x_{62} + ... + x_{6,i-1}] - \sum_{j=1}^{i} x_{6j} + 2x_{8i} + 2x_9 - 2(i-4).a_3.x_9 \geq b_{7i} \quad ; \quad (i=4, 5) \qquad (8)$$

8) Valor del activo:

El valor del activo al comienzo de cada año, x_{8i} , es igual a la suma del activo inicial en el primer período, b_8, más las ganancias acumuladas después del impuesto hasta el final del año anterior, menos los dividendos acumulados hasta ese año anterior, $b_{7',i-1}$

El impuesto a las ganancias es del 35%, de modo que las ganancias netas son de $0,65.x_{5i}$

Para el primer año:

$$x_{81} = b_8$$

Para el segundo año:

$$x_{82} = b_8 + 0,65.x_{51} - x_{71}$$

Para el tercer año:

$$x_{83} = b_8 + 0,65(x_{51}+x_{52}) - (x_{71}+x_{72})$$

En forma genérica:

$$x_{8i} = b_8 + 0,65\sum_{j=1}^{i-1} x_{5j} - \sum_{j=1}^{i-1} x_{7j}$$

La restricción es:

$$x_{8i} - 0,65\sum_{j=1}^{i-1} x_{5j} + \sum_{j=1}^{i-1} x_{7j} = b_8 \quad ; \quad (i = 1, 2, ..., 5) \qquad (9)$$

9) Dividendos:

Se fija como meta que los dividendos de cada año, x_{7i}, deben ser el 40% de las ganancias netas del año. Con las variables de desviación , esa meta se expresa:

$$x_{7i} + n_{1i} - p_{1i} = 0,40.0,65.x_{5i} = 0,26.x_{5i} \qquad (i = 1, 2,...,5)$$

De donde:

$$-0,26x_{5i} + x_{7i} + n_{1i} - p_{1i} = 0 \quad ; \quad (i = 1, 2, \ldots, 5) \qquad (10)$$

10) Aumento de las ganancias:

La meta de las ganancias para el primer año es b_{10}, que se supone es el 110% de las ganancias del año anterior. Deben tenerse en cuenta las posibles desviaciones n_{21} y p_{21}:

$$0{,}65.x_{51} + n_{21} - p_{21} = b_{10}$$

Para cualquier otro año i:

$$0{,}65.x_{5i} + n_{2i} - p_{2i} = 1{,}1 \,.\, 0{,}65.x_{5(i-1)} \qquad (i = 2,3,..,5)$$

La ecuación de la meta es:

$$0{,}65.x_{5i} - 0{,}715_{5,(i-1)} + n_{2i} - p_{2i} = 0 \qquad (i = 2,3,...,5) \qquad (11)$$

11) Eventual emisión de acciones:

La eventual nueva deuda subordinada del cuarto año, x_9,se emitirá por hasta el 30% del valor del activo de ese año, x_{84}, menos el saldo de la deuda subordinada anterior para ese año, b_{64}:

$$x_9 \le 0{,}3 \,.\, (x_{84} - b_{64})$$
$$0{,}3\; x_{84} - x_9 \ge 0{,}3 \,.\, b_{64} \qquad (12)$$

12) Restricciones de no negatividad:

Todas las variables deben ser no negativas:

$$x_{ki},\, n_{1i},\, p_{1i},\, n_{2i},\, p_{2i}, n_{3i}, p_{3i}, \ge 0 \qquad (i = 1,2,...,5) \quad ; \quad (k=1,2,...,9) \quad (13)$$

Ejemplo numérico:

Para plantear y resolver un modelo concreto , se considerará como ejemplo una empresa de las características mencionadas, a la que corresponden los valores de los parámetros detallados a continuación, realizando el planeamiento financiero para un horizonte temporal de 5 años.

a_1 = 30%, o sea que el alquiler de los equipos de valor de adquisición x_{1i} origina una ganancia de 0,30 x_{1i} (ya deducidos los costos variables directos de operación).
a_2 = 6.67% de depreciación anual de los nuevos equipos, tomando como plazo de amortización lineal el de 15 años.
a_3 = 5% para rescatar la nueva deuda subordinada en un plazo de 20 años, con entregas anuales iguales.
a_4 =10% de amortización anual de los nuevos créditos, durante 10 años.
a_5 = 12% de interés anual de los nuevos créditos.
a_6 = 80%, proporción de la inversión en nuevos equipos sobre la que se puede obtener préstamos.

b_1 = pesos 100.000.000, valor de adquisición de la flota de camiones disponible al comienzo del análisis.

b_{2i} = costos fijos, gastos generales y gastos administrativos en los distintos períodos
b_{21} = 5.000.000
b_{22} = 6.000.000
b_{23} = 7.000.000
b_{24} = 8.000.000
b_{25} = 9.000.000

b_{3i} = depreciación anual de la flota existente al comienzo del horizonte de planeamiento en los distintos períodos
b_{31} = 6.700.000
b_{32} = 6.700.000
b_{33} = 6.700.000
b_{34} = 6.700.000
b_{35} = 6.700.000

$b_{4\,i}$ = saldo final de caja deseado en cada período
b_{41} = 3.000.000
b_{42} = 4.000.000
b_{43} = 5.000.000
b_{44} = 6.000.000
b_{45} = 7.000.000

b_{5i} = pago de intereses en cada período por los créditos anteriores
b_{51} = 3.000.000
b_{52} = 2.200.000
b_{53} = 1.500.000
b_{54} = 1.000.000
b55 = 0
b = saldo en cada año de la deuda subordinada anterior

b61 = 10.000.000
b62 7.000.000
b63 = 4.000.000
b64 = 1.000.000
b65 = .0

b7i = remanente en cada año de créditos anteriores
b71 = 20.000.000
b72 = 15.000.000
b74 = 5.000.000
b75 = 0

b8 = valor del activo al comienzo del análisis = 80.000.000

b9i = meta de dividendos para cada año
b91 = 3.000.000
b92 = 3.300.000
b93 = 3.600.000
b94 = 4.000.000
b95 = 4.400.000

b10 = 8.000.000 como meta de ganancias en el primer año.

b11 = 5.000.000 como saldo inicial de caja en el primer período.

b12i = la amortización prevista para cada período de los créditos pendientes desde antes del comienzo del análisis
b121 = 5.000.000
b122 = 5.000.000
b123 = 5.000.000
b124 = 5.000.000
b125 = 0

La función objetivo para un horizonte temporal de 5 cinco años queda:

$$\min z = 50n_{11}+50n_{12}+50n_{13}+50n_{14}+50n_{15}+10n_{21}+10n_{22}+10n_{23}+10n_{24}+10n_{25} +n31+n32+n33+n34+n35$$

En cuanto a las metas y las relaciones de restricción, se formulan sobre la base de los valores dados, con los montos expresados en millones de pesos:

1- Equipos disponibles (ecuaciones 1):

$$x_{1i} - \sum_{j=i}^{i} x_{2j} = b_1 \qquad (i = 1, 2, ..., 5)$$

i = 1 C1: $x_{11} - x_{21} = 100$
i = 2 C2: $x_{12} - x_{21} - x_{22} = 100$
i = 3 C3: $x_{13} - x_{21} - x_{22} - x_{23} = 100$
i = 4 C4: $x_{14} - x_{21} - x_{22} - x_{23} - x_{24} = 100$
i = 5 C5: $x_{15} - x_{21} - x_{22} - x_{23} - x_{24} - x_{25} = 100$

2- Ganancias antes de impuestos (ecuaciones 2):

$a_1 \,.\, x_{1i} - x_{3i} - x_{4i} - x_{5i} = b_{2i}$ (i = 1 , 2 , … , 5)

i = 1 C6: $0{,}30 \,.\, x_{11} - x_{31} - x_{41} - x_{51} = 5$
i = 2 C7: $0{,}30 \,.\, x_{12} - x_{32} - x_{42} - x_{52} = 6$
i = 3 C8: $0{,}30 \,.\, x_{13} - x_{33} - x_{43} - x_{53} = 7$
i = 4 C9: $0{,}30 \,.\, x_{14} - x_{34} - x_{44} - x_{54} = 8$
i = 5 C10: $0{,}30 \,.\, x_{15} - x_{35} - x_{45} - x_{55} = 9$

3- Depreciación (ecuaciones 3):

i = 1 C11: $x_{31} - 0{,}0667 \,.\, x_{21} = 6{,}7$
i = 2 C12: $x_{32} - 0{,}0667 \,.\, x_{21} - 0{,}0667 \,.\, x_{22} = 6{,}7$
i = 3 C13: $x_{33} - 0{,}0667 \,.\, x_{21} - 0{,}0667 \,.\, x_{22} - 0{,}0667 \,.\, x_{23} = 6{,}7$
i = 4 C14: $x_{34} - 0{,}0667 \,.\, x_{21} - 0{,}0667 \,.\, x_{22} - 0{,}0667 \,.\, x_{23} - 0{,}0667 \,.\, x_{24} = 6{,}7$
i = 5 C15: $x_{35} - 0{,}0667 \,.\, x_{21} - 0{,}0667 \,.\, x_{22} - 0{,}0667 \,.\, x_{23} - 0{,}0667 \,.\, x_{24} - 0{,}0667 \,.\, x_{25} = 6{,}7$

4- Liquidez (ecuaciones 4):

$$a_1\sum_{j=1}^{i} x_{1j} - \sum_{j=1}^{i} x_{2j} - \sum_{j=1}^{i} x_{4j} - 0{,}35\sum_{j=1}^{i} x_{5j} + \sum_{j=1}^{i} x_{6j} - \sum_{j=1}^{i} x_{7j} + n_{3i} - p_{3i} = b_{4i} + \sum_{j=1}^{i} b_{2j} -$$

(i = 1 , 2 , ... , 5)

i =1 C16: $0{,}30 \,.\, x_{11} - x_{21} - x_{41} - 0{,}35 \,.\, x_{51} + x_{61} - x_{71} + n_{31} - p_{31} = 3 + 5 + 5 - 5 = 8$

i = 2 C 17: $0{,}30 \,.\, x_{11} + 0{,}30 \,.\, x_{12} - x_{21} - x_{22} - x_{41} - x_{42} - 0{,}35 \,.\, x_{51} - 0{,}35 \,.\, x_{52} + x_{61} + x_{62} - x_{71} - x_{72} + n_{32} - p_{32} = 4 + 5 + 6 + 5 + 5 - 5 = 20$

i = 3 C18: $0{,}30 \,.\, x_{11} + 0{,}30 \,.\, x_{12} + 0{,}30 \,.\, x_{13} - x_{21} - x_{22} - x_{23} - x_{41} - x_{42} - x_{43} - 0{,}35 \,.\, x_{51} - 0{,}35 \,.\,.\, x_{52} - 0{,}35 \,.\, x_{53} + x_{61} + x_{62} + x_{63} - x_{71} - x_{72} - x_{73} + n_{33} - p_{33} = 5 + 5 + 6 + 7 + 5 + 5 + 5 - 5 = 33$

i = 4 C19: $0{,}30 \,.\, x_{11} + 0{,}30 \,.\, x_{12} + 0{,}30 \,.\, x_{13} + 0{,}30 \,.\, x_{14} - x_{21} - x_{22} - x_{23} - x_{24} - x_{41} - x_{42} - x_{43} - x_{44} - 0{,}35 \,.\, x_{51} - 0{,}35 \,.\, x_{52} - 0{,}35 \,.\, x_{53} - 0{,}35 \,.\, x_{54} + x_{61} + x_{62} + x_{63} + x_{64} - x_{71} - x_{72} - x_{73} - x_{74} + n_{34} - p_{34} = 6 + 5 + 6 + 7 + 8 + 5 + 5 + 5 + 5 - 5 = 47$

i = 5 C20: $0{,}30 . x_{11} + 0{,}30 . x_{12} + 0{,}30 . x_{13} + 0{,}30 . x_{14} + 0{,}30 . x_{15} - x_{21} - x_{22} - x_{23} - x_{24} - x_{25} - x_{41} - x_{42} - x_{43} - x_{44} - x_{45} - 0{,}35 . x_{51} - 0{,}35 . x_{52} - 0{,}35 . x_{53} - 0{,}35 . x_{54} - 0{,}35 . x_{55} + x_{61} + x_{62} + x_{63} + x_{64} + x_{65} - x_{71} - x_{72} - x_{73} - x_{74} - x_{75} + n_{35} – p_{35} = 7 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 – 5 = 62$

5- Intereses a pagar (ecuaciones 5):

$$x_{4i} - a_5 . \sum_{j=1}^{i} x_{6j} + a_5 . a_4 \left[(i-1) . x_{61} + (i-2) . x_{62} + ... + x_{6,i-1} \right] = b_{5i} \qquad (i = 1 , 2 , …,5)$$

i = 1 $x_{41} - 0{,}12 . x_{61} + 0{,}12 . 0{,}10 . [0] = 3{,}0$

C21: $x_{41} - 0{,}12 . x_{61} = 3{,}0$

i = 2 $x_{42} - 0{,}12 . x_{61} - 0{,}12 . x_{62} + 0{,}12 . 0{,}10 . x_{61} = 2{,}2$

C22: $x_{42} - 0{,}108 . x_{61} - 0{,}12 . x_{62} = 2{,}2$

i = 3 $x_{43} - 0{,}12 . x_{61} - 0{,}12 . x_{62} - 0{,}12 . x_{63} + 0{,}012 . 2 . x_{61} + 0{,}012 . x_{62} = 1{,}5$

C23: $x_{43} - 0{,}096 . x_{61} - 0{,}108 . x_{62} - 0{,}12 . x_{63} = 1{,}5$

i = 4 $x_{44} - 0{,}12 . x_{61} - 0{,}12 . x_{62} - 0{,}12 . x_{63} - 0{,}12 . x_{64} + 0{,}012 . 3 . x_{61} + 0{,}012 . 2 . x_{62} + + 0{,}012 . x_{63} = 1{,}0$

C24: $x_{44} - 0{,}084 . x_{61} - 0{,}096 . x_{62} - 0{,}108 . x_{63} - 0{,}12 . x_{64} = 1{,}0$

i = 5 $x_{45} - 0{,}12 . x_{61} - 0{,}12 . x_{62} - 0{,}12 . x_{63} - 0{,}12 . x_{64} - 0{,}12 . x_{65} + 0.012 . 4 . x_{61} + 0{,}012 . 3 . x_{62} + 0{,}012 . 2 . x_{63} + 0{,}012 . x_{64} = 0$

C25: $x_{45} - 0{,}072 . x_{61} - 0{,}084 . x_{62} - 0{,}096 . x_{63} - 0{,}108 . x_{64} - 0{,}12 . x_{65} = 0$

6- Relación de los créditos para nuevos equipos con la inversión a realizar (desigualdades 6):

$$x_{6i} - a_6 . x_{2i} \leq 0 \qquad (i = 1 , 2, ..., 5) \qquad (6)$$

i = 1 C26: $x_{61} - 0{,}8 . x_{21} \leq 0$
i = 2 C27: $x_{62} - 0{,}8 . x_{22} \leq 0$
i = 3 C28: $x_{63} - 0{,}8 . x_{23} \leq 0$
i = 4 C29: $x_{64} - 0{,}8 . x_{24} \leq 0$
i = 5 C30: $x_{65} - 0{,}8 . x_{25} \leq 0$

7- Relación de los créditos con la estructura de capital (desigualdades 7 y 8):

$$a_4\,[(i\text{-}1)\,x_{61} + (i\text{-}2)\,x_{62} + ... + x_{6,\,i\text{-}1}\,] - \sum_{j=1}^{i} x_{6j} + 2x_{8i} \geq b_{7i} \qquad (i = 1, 2, 3)$$

i = 1 $\quad 0{,}0667\,[0] - x_{61} + 2x_{81} \geq 20$

C31 $\quad -x_{61} + 2x_{81} \geq 20$

i = 2 $\quad 0{,}0667\,[x_{61}] - x_{61} - x_{62} + 2x_{82} \geq 15$

C32 $\quad -0{,}9333x_{61} - x_{62} + 2x_{82} \geq 15$

i = 3 $\quad 0{,}0667\,[\,2x_{61} + x_{62}\,] - x_{61} - x_{62} - x_{63} + 2x_{83} \geq 10$

C33 $\quad -0{,}8666x_{61} - 0{,}9333x_{62} - x_{63} + 2x_{83} \geq 10$

Para i = 4 é i = 5

Para i = 4 é i = 5

$$a_4\,[(i\text{-}1).x_{61} + (i\text{-}2).x_{62} + \ldots + x_{6,i\text{-}1}] - \sum_{j=1}^{i} x_{6j} + 2x_{8i} + 2x_9 - 2.(i\text{-}4).a_3.x_9 \geq b_{7i} \quad ; \quad (i = 4, 5)$$

i = 4 $\quad 0{,}0667[3\,x_{61} + 2\,x_{62} + x_{63}] - x_{61} - x_{62} - x_{63} - x_{64} + 2\,x_{84} + 2\,x_9 - 2(0)\,a_3\,x_9 \geq 5$

C34 $\quad -0{,}7999\,x_{61} - 0.8666\,x_{62} - 0{,}9333\,x_{63} - x_{64} + 2\,x_{84} + 2\,x_9 \geq 5$

i = 5 $\quad 0{,}0667\,[4x_{61} + 3x_{62} + 2x_{63} + x_{64}] - x_{61} - x_{62} - x_{63} - x_{64} - x_{65} + 2\,x_{85} + 2\,x_9 - 2.0{,}05.x_9 \geq 0$

C35 $\quad -\,0{,}7332.x_{61} - 0{,}7999\,x_{62} - 0{,}8666\,x_{63} - 0{,}9333\,x_{64} - x_{65} + 2\,x_{85} + 1{,}9\,x_9 \geq 0$

8- Valor del activo (ecuaciones 9):

$$x_{8i} - 0{,}65\sum_{j=1}^{i-1} x_{5j} + \sum_{j=1}^{i-1} x_{7j} = b_8 \qquad (i = 1,2,...,5)$$

i = 1 $\quad x_{81} = b_8$

C 36 $\quad x_{81} = 80$

i = 2 $\quad$ C 37 $\quad x_{82} - 0{,}65.x_{51} + x_{71} = 80$

i = 3 $x_{83} - 0,65\ (x_{51} + x_{52}) + (x_{71} + x_{72}) = 80$

C 38 $x_{83} - 0,65\ x_{51} - 0,65\ x_{52} + x_{71} + x_{72} = 80$

i = 4 C 39 $x_{84} - 0,65\ x_{51} - 0,65\ x_{52} - 0,65\ x_{53} + x_{71} + x_{72} + x_{73} = 80$

i = 5 C 40 $x_{85} - 0,65\ x_{51} - 0.65\ x_{52} - 0,65\ x_{53} - 0,65\ x_{54} + x_{71} + x_{72}$

$+x_{73} + x_{74} = 80$

9- Dividendos (ecuaciones 10):

$-0,26x5i + x_{7i} + n_{1i} - p_{1i} = 0$ (i = 1,2,...,5)

i = 1 C 41 $-0,26x_{51} + x_{71} + n_{11} - p_{11} = 0$

i = 2 C 42 $-0,26x_{52} + x_{72} + n_{12} - p_{12} = 0$

i = 3 C 43 $-0,26x_{53} + x_{73} + n_{13} - p_{13} = 0$

i = 4 C 44 $-0,26x_{54} + x_{74} + n_{14} - p_{14} = 0$

i = 5 C 45 $-0,26x_{55} + x_{75} + n_{15} - p_{15} = 0$

10- Aumento de las ganancias (ecuaciones 11):

Para el primer año:

$0,65.x_{51} + n_{21} - p_{21} = 8$

Para i = 2, 3, 4, 5:

$0,65\ x_{5i} - 0,715x_{5,i-1} + n_{2i} - p_{2i} = 0$

i = 2 C 47 $0,65\ x_{52} - 0,715\ x_{51} + n_{22} - p_{22} = 0$

i = 3 C 48 $0,65\ x_{53} - 0,715\ x_{52} + n_{23} - p_{23} = 0$

i = 4 C 49 $0,65\ x_{54} - 0,715\ x_{53} + n_{24} - p_{24} = 0$

i = 5 C 50 $0,65\ x_{55} - 0,715\ x_{54} + n_{25} - p_{25} = 0$

11- Eventual emisión de acciones (desigualdad 12):

$$0{,}3\ x_{84} - x_9 \ \geq\ 0{,}3.\ b_{64}$$

C 51 $\quad 0{,}3\ x_{84} - x_9 \ \geq\ 0{,}3$

El sistema comprende: una función objetivo,41 variables de decisión, 30 variables de desviación, 15 metas y 36 restricciones. Las metas y restricciones son las denominadas C_1 a C_{51}. Para resolverlo se utilizó el programa LINGO 8.0, obteniéndose los valores registrados en la siguiente tabla, en millones y décimas de millón.

Año	Equipos disp. x_{1i}	Inver-siones x_{2i}	Depre-ciación x_{3i}	Cré-ditos x_{6i}	Inte-reses x_{4i}	Ganan-cias x_{5i}	Divi-dendos x_{7i}	Activo x_{8i}	Emisión Acciones x_9	Liqui-dez
1	100,0	0,0	6,7	0.0	3,0	15,3	4,0	80,0	0	9,7
2	112,6	12,6	7,5	10,1	3,4	16,8	4,4	86,0	0	15,3
3	120,6	8,0	8,1	0,0	2,6	18,5	4,8	92,5	0	16,6
4	130,1	9,6	8,7	0,0	2,0	20,4	5,3	99,8	0	17,7
5	138,4	8,2	9,3	0,0	0.8	22,4	5,8	107,7	0	21,4

El valor mínimo de la función objetivo resultó igual a cero, o sea que no hay desviaciones en menos en ninguna de las tres metas y por lo tanto:

1.- Se pueden pagar los dividendos mínimos establecidos.

2.- Las ganancias aumentan más del 10% cada año.

3.- La liquidez al finalizar cada año supera la meta fijada.

Además:

4.- Los créditos para compra de equipos serán necesarios unicamente en el segundo año, por 10,1 millones de pesos.

5.- No será necesario emitir nuevas acciones en el horizonte temporal planificado.

Referencias:

[1]- LEE, Sang M.: *Goal Programming for Decision Analisis*, Philadelphia, Auerbach Publishers Inc., 1972.

[2]- VILCHES, Luinor; ROOZEN, Gerardo y MARTINS DE SOUZA, Francisca: *La eficiencia de Pareto en la programación meta* – Trabajo de investigación realizado en la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad de Morón, 2002.

INVITACIÓN

Se invita a los señores profesores y docentes en general, a presentar sus trabajos para ser incluidos en los próximos números de este Boletín, así como las colaboraciones que estimen. Las mismas pueden presentarse a nombre de esta dirección, en el aula 311 del edificio central de la Universidad.

Por cualquier consulta, comunicarse al teléfono 4659-2417.

Ing. Luinor E. Vilches

UNIVERSIDAD DE MORÓN

AUTORIDADES DE LA UNIVERSIDAD DE MORÓN

Rector
Dr. Héctor Norberto Porto Lemma

Vicerrector
Ing. Agr. Jorge Raúl Ottone

Secretario General
Dr. Jose María Baños

Secretario Académico
Dr. Eduardo Néstor Cozza

Secretario Administrativo
Dr. Jorge Marcos

Secretario de Ciencia y Tecnología
Dr. Domingo Liotta

Decano Facultad de Agronomía y Cs. Agroalimentarias
Ing. Agrónomo Antonio Ramón Angrisani

Decano Facultad de Arquitectura, Diseño, Arte y Urbanismo
Arq. Oscar Aníbal Borrachia

Decano Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
Dr. Jorge Raúl Lemos

Decano Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales
Dr. Aquiles Carlos Ferranti

Decano Facultad de Derecho, Ciencias Políticas y Sociales
Dr. Bruno Oscar Corbo

Decano Facultad de Ciencias Aplicadas al Turismo y la Población
Lic. Alejandro F. Gavric

Decano Facultad de Filosofía, Cs. de la Educación y Humanidades
Lic. Roberto Mario Paterno

Decano Facultad de Informática, Cs. de la Comunicación y Técnicas Especiales
Ing. Hugo René Padovani

Decano Facultad de Ingeniería
Ing. Ezequiel Pallejá

Decano Facultad de Medicina
Dr. Domingo Liotta